MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. W. Spann, G. Kleen

WS 2022/2023

Programmieren II für Studierende der Mathematik

Aufgabe 6

Die Diedergruppe D_5 der Ordnung 10 ist die Gruppe der ebenen Isometrien eines regelmäßigen Fünfecks bzgl. Hintereinanderausführung der Abbildungen. Sie wird durch die Drehung um 72° um den Mittelpunkt (Bez. a) und die Spiegelung an einer Symmetrieachse des Fünfecks (Bez. b) erzeugt. e bezeichne die identische Isometrie und stellt das neutrale Element der Gruppe dar. Wegen $a^5 = b^2 = e$ und $ba = a^4b$ ergibt sich für die Elemente von $D_5 = \{d_0, \ldots, d_9\}$ mit $d_i = a^i$ und $d_{i+5} = a^i b$ $(i = 0, \ldots, 4)$ die nicht kommutative Gruppenverknüpfung

$$d_i \circ d_j = \begin{cases} d_{r(i+j)} & 0 \leq i \leq 4,\ 0 \leq j \leq 4 \\ d_{5+r(i+j)} & 0 \leq i \leq 4,\ 5 \leq j \leq 9 \\ d_{5+r(i-j)} & 5 \leq i \leq 9,\ 0 \leq j \leq 4 \\ d_{r(i-j)} & 5 \leq i \leq 9,\ 5 \leq j \leq 9 \end{cases}$$

mit $r(k) \in \{0, \ldots, 4\}$ und $r(k) \equiv k \bmod 5$. Zusammen mit einer geeigneten Permutation π von $0, 1, \ldots, 9$, die

$$d_i \circ d_{\pi(j)} \neq d_j \circ d_{\pi(i)} \quad (i, j = 0, \ldots, 9, i \neq j)$$

erfüllt, werden endliche Dezimalziffernfolgen $z_1 z_2 \ldots z_K$ betrachtet, die

$$d_{\pi(z_1)} \circ d_{\pi^2(z_2)} \circ \cdots \circ d_{\pi^{K-1}(z_{K-1})} \circ d_{z_K} = e$$

erfüllen. z_K dient dabei als Prüfziffer, mit der sich einzelne Ziffernfehler und einzelne Vertauschungen aufeinanderfolgender Ziffern (mit Ausnahme evtl. der beiden letzten) erkennen lassen.

Die Deutsche Bundesbank setzte dieses Verfahren (mit $K = 11$) für die aus 11 Zeichen bestehenden Kennungen auf ihren 1991 − 2001 ausgegebenen DM-Banknoten[1] ein. Die Großbuchstaben A, D, G, K, L, N, S, U, Y, Z werden jeweils durch die Ziffern $0, 1, \ldots, 9$ ersetzt und als Permutation wird

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\pi(i)$	1	5	7	6	2	8	3	0	9	4

verwendet.

Benutzen Sie für die Zuordnung der eingelesenen Zeichen zu Ziffern möglichst einen assoziativen Vektor (`map<char,int>`).

Bestimmen Sie die Prüfziffer (11. Zeichen) mit einem Programm durch Berechnung von $d := d_{\pi(z_1)} \circ \cdots \circ d_{\pi^{10}(z_{10})}$ und Lösen der Gleichung $d \circ d_{z_{11}} = e$. Auszugeben sind die eingelesenen Zeichenketten und die Zeichenketten mit Prüfziffer. Für die Eingabe sollen Klein– und Großbuchstaben zulässig sein, in der Ausgabe sollen nur Großbuchstaben erscheinen.

Rechnen Sie folgende Beispiele:
(a) `dd3205068a` (b) `dn5129171y` (c) `DL3565627D` (d) `da1530819L`.

Bearbeitungszeitraum: bis Donnerstag, 21.12.2022, 16^{00}

[1] Abbildungen dieser vierten Banknotenserie („BBK III“) mit Seriennummern finden Sie unter `http://de.wikipedia.org/wiki/Bargeld_der_Deutschen_Mark`