MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. W. Spann, G. Kleen

WS 2022/2023

Programmieren II für Studierende der Mathematik

Aufgabe 4

Erstellen Sie eine Klasse `rational` für die Arithmetik rationaler Zahlen. Die interne Darstellung über Zähler und Nenner soll eindeutig sein, insbesondere soll der Bruch bereits gekürzt sein. (Hinweis: ggT). Verwenden Sie dabei private Datenkomponenten vom Typ `long`.

Überladen Sie neben den arithmetischen Grundoperationen auch die arithmetischen Zuweisungsoperatoren und die Ein/Ausgabeoperatoren. Letztere sollen Eingaben der Gestalt $[\pm]p/q$ mit $p \in \mathbb{N}_0, q \in \mathbb{N}$ akzeptieren und auch in dieser Form ausgeben. Außerdem soll eine Typumwandlung `rational` $\to$ `long double` möglich sein, die eine dezimale Gleitpunktzahl als Näherungswert einer rationalen Zahl liefert.

Erstellen Sie eine Potenzfunktion `pow`, die die Berechnung von r^n für rationales $r \neq 0$ und $n \in \mathbb{Z}$ gestattet. Diese Funktion soll auch den Fall 0^n für $n \in \mathbb{N}$ korrekt behandeln und $0^0 := 1$ liefern.

Erstellen Sie eine Funktion zur Berechnung von $\sum\limits_{k=1}^{n} kr^k$ und eine weitere Funktion zur Berechnung des Kettenbruchs $b_0 + \cfrac{a_0}{b_1 + \cfrac{a_1}{b_2 + \cfrac{a_2}{\ddots\; b_{n-1} + \cfrac{a_{n-1}}{b_n}}}}$, $a_0, \ldots, a_{n-1}, b_0, \ldots, b_n \in \mathbb{N}$.

Rechnen Sie folgende Beispiele:

(a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} kr^k$ (b) $\displaystyle\frac{nr^{n+2} - (n+1)r^{n+1} + r}{(r-1)^2}$ jeweils für $r = \frac{2}{3}, -\frac{10}{7}$ und $n = 8$

(c) $3 + \cfrac{1}{7 + \cfrac{1}{15 + \cfrac{1}{1 + \frac{1}{292}}}}$

(d) Kettenbrüche mit $a_0 = 4$, $a_i = i^2$ $(i \geq 1)$, $b_0 = 0$, $b_i = 2i - 1$ $(i \geq 1)$ für $n = 1, 2, \ldots, 10$.

Berechnen Sie auch die Näherungswerte der Brüche als dezimale Gleitpunktzahlen.

Bearbeitungszeitraum: bis Donnerstag, 1.12.2022, 16^{00}