MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. W. Spann, G. Kleen

WS 2022/2023

Programmieren II für Studierende der Mathematik

Aufgabe 1

Erstellen Sie eine Klasse `Complex`, die komplexe Zahlen $z = re^{i\varphi}$ intern mit Hilfe der Datenkomponenten $r \geq 0$ und $\varphi \in [-\pi, \pi]$ speichert.

Der Konstruktor zu den reellen Argumenten x und y soll die komplexe Zahl $z = x + iy$ erzeugen (d.h. $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ und $\varphi = \operatorname{atan2}(y, x)$). Wird y nicht angegeben, so soll es 0 gesetzt werden; fehlen beide Argumente, so soll die komplexe Zahl 0 generiert werden.

Überladen Sie die arithmetischen Operatoren geeignet und erstellen Sie für die Exponentialfunktion und die Hauptwerte der Quadratwurzel, des Logarithmus und der allgemeinen Potenzfunktion im Komplexen jeweils entsprechende Funktionen.

Hinweis: Für $z_1 = r_1 e^{i\varphi_1}$ und $z_2 = r_2 e^{i\varphi_2}$ gilt:

$$
\begin{array}{rcllll}
z_1 \pm z_2 & = & re^{i\varphi} & \text{mit} & r = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 \pm 2r_1 r_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)} & \\
 & & & & \varphi = \operatorname{atan2}(r_1 \sin\varphi_1 \pm r_2 \sin\varphi_2, r_1 \cos\varphi_1 \pm r_2 \cos\varphi_2) & \\
z_1 \cdot z_2 & = & re^{i\varphi} & \text{mit} & r = r_1 \cdot r_2 \qquad \varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + k \cdot 2\pi \in [-\pi, \pi] & (k \in \mathbb{Z} \text{ geeignet}) \\
\frac{z_1}{z_2} & = & re^{i\varphi} & \text{mit} & r = \frac{r_1}{r_2} \qquad \varphi = \varphi_1 - \varphi_2 + k \cdot 2\pi \in [-\pi, \pi] & (k \in \mathbb{Z} \text{ geeignet}), \text{ falls } z_2 \neq 0 \\
\exp z_1 & = & re^{i\varphi} & \text{mit} & r = e^{r_1 \cos\varphi_1} \qquad \varphi = r_1 \sin\varphi_1 + k \cdot 2\pi \in [-\pi, \pi] & (k \in \mathbb{Z} \text{ geeignet}) \\
\sqrt{z_1} & = & re^{i\varphi} & \text{mit} & r = \sqrt{r_1} \qquad \varphi = \frac{\varphi_1}{2} & \\
\log z_1 & = & \ln r_1 + i\varphi_1 & \text{falls } z_1 \neq 0 & &
\end{array}
$$

Überladen Sie den Shiftoperator `<<` so, dass die Ausgabe komplexer Zahlen wie in der Standardbibliothek erfolgt [$z = x+iy$: Ausgabe `(`x, y`)`]. Lesen Sie z_1 und z_2 zunächst als `complex<double>`-Zahlen ein und erzeugen Sie die entsprechenden Zahlen von Typ `Complex`. Berechnen und geben Sie die folgende Ausdrücke für den Datentyp `Complex` und zum Vergleich auch für den Standarddatentyp `complex<double>` aus:

(a) $\frac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2}$

(b) $\sqrt{z_1 \cdot z_2}$

(c) $\exp z_1$

(d) $\log z_2$

(e) $z_1^{z_2} := \operatorname{pow}(z_1, z_2)$

Rechnen Sie das Beispiel $z_1 = 1 + i$ und $z_2 = 2 + i$.

Bearbeitungszeitraum: bis Donnerstag, 10.11.2022, 16^{00}