

## Programmieren II für Studierende der Mathematik

### Aufgabe 1

Erstellen Sie eine Klasse `Complex`, die komplexe Zahlen  $z = re^{i\varphi}$  intern mit Hilfe der Datenkomponenten  $r \geq 0$  und  $\varphi \in [-\pi, \pi]$  speichert.

Der Konstruktor zu den reellen Argumenten  $x$  und  $y$  soll die komplexe Zahl  $z = x + iy$  erzeugen (d.h.  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  und  $\varphi = \text{atan2}(y, x)$ ). Wird  $y$  nicht angegeben, so soll es 0 gesetzt werden; fehlen beide Argumente, so soll die komplexe Zahl 0 generiert werden.

Überladen Sie die arithmetischen Operatoren geeignet und erstellen Sie für die Exponentialfunktion und die Hauptwerte der Quadratwurzel, des Logarithmus und der allgemeinen Potenzfunktion im Komplexen jeweils entsprechende Funktionen.

*Hinweis:* Für  $z_1 = r_1 e^{i\varphi_1}$  und  $z_2 = r_2 e^{i\varphi_2}$  gilt:

$$\begin{aligned} z_1 \pm z_2 &= re^{i\varphi} \quad \text{mit} \quad r = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 \pm 2r_1r_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)} \\ &\quad \varphi = \text{atan2}(r_1 \sin \varphi_1 \pm r_2 \sin \varphi_2, r_1 \cos \varphi_1 \pm r_2 \cos \varphi_2) \\ z_1 \cdot z_2 &= re^{i\varphi} \quad \text{mit} \quad r = r_1 \cdot r_2 \quad \varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + k \cdot 2\pi \in [-\pi, \pi] \quad (k \in \mathbb{Z} \text{ geeignet}) \\ \frac{z_1}{z_2} &= re^{i\varphi} \quad \text{mit} \quad r = \frac{r_1}{r_2} \quad \varphi = \varphi_1 - \varphi_2 + k \cdot 2\pi \in [-\pi, \pi] \quad (k \in \mathbb{Z} \text{ geeignet}), \text{ falls } z_2 \neq 0 \\ \exp z_1 &= re^{i\varphi} \quad \text{mit} \quad r = e^{r_1 \cos \varphi_1} \quad \varphi = r_1 \sin \varphi_1 + k \cdot 2\pi \in [-\pi, \pi] \quad (k \in \mathbb{Z} \text{ geeignet}) \\ \sqrt{z_1} &= re^{i\varphi} \quad \text{mit} \quad r = \sqrt{r_1} \quad \varphi = \frac{\varphi_1}{2} \\ \log z_1 &= \ln r_1 + i\varphi_1 \quad \text{falls } z_1 \neq 0 \end{aligned}$$

Überladen Sie den Shiftoperator `<<` so, dass die Ausgabe komplexer Zahlen wie in der Standardbibliothek erfolgt [ $z = x + iy$ : Ausgabe  $(x, y)$ ]. Lesen Sie  $z_1$  und  $z_2$  zunächst als `complex<double>`-Zahlen ein und erzeugen Sie die entsprechenden Zahlen von Typ `Complex`. Berechnen und geben Sie die folgende Ausdrücke für den Datentyp `Complex` und zum Vergleich auch für den Standarddatentyp `complex<double>` aus:

- (a)  $\frac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2}$
- (b)  $\sqrt{z_1 \cdot z_2}$
- (c)  $\exp z_1$
- (d)  $\log z_2$
- (e)  $z_1^{z_2} := \text{pow}(z_1, z_2)$

Rechnen Sie das Beispiel  $z_1 = 1 + i$  und  $z_2 = 2 + i$ .

*Bearbeitungszeitraum:* bis Donnerstag, 10.11.2022, 16<sup>00</sup>