MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. W. Spann, G. Kleen

SS 2023

Programmieren I für Studierende der Mathematik

Aufgabe 2

Die Fläche des Einheitskreises kann durch die Flächen A_n und B_n des einbeschriebenen bzw. umbeschriebenen regulären 2^n–Ecks ($n = 2, 3, 4, \ldots$) eingeschlossen werden. Die Seitenlänge s_n des einbeschriebenen regulären 2^n–Ecks kann durch die folgende Rekursionsformel bestimmt werden

$$s_2 = \sqrt{2}, \quad s_{n+1} = \sqrt{2 - \sqrt{4 - {s_n}^2}}.$$

Daraus ergeben sich die Flächen

$$A_n = 2^{n-1} s_n \sqrt{1 - \frac{{s_n}^2}{4}} \quad \text{und} \quad B_n = \frac{2^{n-1} s_n}{\sqrt{1 - \frac{{s_n}^2}{4}}}.$$

Berechnen Sie für $n = 2, 3, \ldots$ Näherungen an π und geben Sie diese in einer Tabelle aus (siehe unten). Brechen Sie dabei die Iteration ab, wenn $s_n^2/4$ kleiner als die „Maschinengenauigkeit“ des verwendeten Gleitpunktdatentyps ist.

Bei der Berechnung von 2^n soll die Funktion `ldexp` und *nicht* die Funktion `pow` zum Einsatz kommen. (Anmerkung: `ldexp(`x`,`n`)` liefert $x \cdot 2^n$.)

Führen Sie das obige Verfahren auch mit der mathematisch äquivalenten, aber numerisch stabileren Rekursionsformel

$$s_{n+1} = \frac{s_n}{\sqrt{2 + \sqrt{4 - s_n^2}}}$$

durch.

Drucken Sie tabellarisch für beide Methoden n, die Eckenzahl, die Seitenlänge s_n im Exponentialformat und die berechneten Flächen in einem der Genauigkeit gut angepassten Festpunktformat ($n = 2, 3, \ldots$).

Achten Sie bei der Programmierung auf möglichst hohe Portabilität.

Bearbeitungszeitraum: bis Freitag, 19.5.2023, 12^{00}