MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. W. Spann, G. Kleen

SS 2023

Programmieren I für Studierende der Mathematik

Aufgabe 11

(a) Erstellen Sie unter Verwendung der Funktion `frexp` eine Funktion `frexp4`, die eine reelle Zahl $a \neq 0$ in $b \cdot 4^n$ mit $n \in \mathbb{Z}$ und $\frac{1}{4} \leq |b| < 1$ zerlegt und b als Funktionswert liefert. Der Wert von n soll über einen Referenzparameter zugänglich sein.

(b) Mit dem folgenden Verfahren kann *ohne Gleitpunktdivisionen* die Quadratwurzel einer reellen Zahl $a > 0$ berechnet werden.

1. Zerlegen Sie $a = b \cdot 4^n$ mit $n \in \mathbb{Z}$ und $\frac{1}{4} \leq b < 1$.
2. Berechnen Sie $x = \dfrac{1}{\sqrt{b}}$ mit dem Newtonverfahren für die Fkt. $f(x) = \frac{1}{x^2} - b$ $(x > 0)$:
$$\begin{aligned} x_0 &= 1 \\ x_{k+1} &= \frac{x_k}{2}(3 - bx_k^2) \quad (k \in \mathbb{N}_0) \end{aligned}$$
3. Benutzen Sie, dass $\sqrt{a} = b \cdot x \cdot 2^n$.

Erstellen Sie eine Funktion `mysqrt`, die $\sqrt{a}$ für $a > 0$ nach diesem Verfahren berechnet und 0 für $a = 0$ zurückgibt. Falls $a < 0$ vorliegt, soll die Funktion `NaN` ("Not a Number") liefern und den Fehler `EDOM` setzen.

Drucken Sie in einem Rahmenprogramm a, `mysqrt(`a`)` und zum Vergleich `sqrt(`a`)` jeweils im Exponentialformat mit einer der zu erwartenden Genauigkeit angepassten Mantissenlänge und geben Sie jeweils die entsprechende Fehlermeldung aus, wenn eine der beiden Funktionen `errno` auf einen Wert ungleich 0 setzt.

Hinweise:
1. Verwenden Sie die Funktion `frexp4` aus (a).
2. Brechen Sie die Iteration ab , wenn $|x_{k+1} - x_k| \leq \varepsilon x_0$. Wählen Sie für ε etwa das 5-10-fache der Maschinengenauigkeit.
3. Die Berechnung der Zweierpotenz soll mit der Funktion `ldexp` erfolgen.
Den Rückgabewert `NaN` können Sie durch `numeric_limits<double>::quiet_NaN()` erzeugen.

Testen Sie neben zwei eigenen Beispielen die Fälle

(i) 12.9 (ii) $1.98 \cdot 10^{11}$ (iii) $2 \cdot 10^{-308}$ (iv) $1.79 \cdot 10^{308}$ (v) -3.3

Bearbeitungszeitraum: bis Freitag, 21.7.2023, 12^{00}