MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Dr. W. Spann, G. Kleen

SS 2023

Programmieren I für Studierende der Mathematik

Aufgabe 1

Zur näherungsweisen Berechnung der Sinusfunktion an der Stelle x soll die Summe

$$s_n(x) := \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} \qquad (n \in \mathbb{N}_0, x \in \mathbb{R})$$

verwendet werden. Brechen Sie die Summierung ab, wenn $\left| \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} \right| \le \varepsilon \cdot |s_n(x)|$.

x ist einzulesen (mit Eingabeaufforderung!). Auszugeben sind x im Festpunktformat mit 4 Nachkommastellen und $s_n(x)$ im Exponentialformat mit 15 Nachkommastellen. Zum Vergleich soll auch der mit Hilfe der C++-Standardfunktion `sin` berechnete Wert – ebenfalls im Exponentialformat mit 15 Nachkommastellen – ausgegeben werden.

Rechnen Sie folgende Beispiele (jeweils mit $\varepsilon = 10^{-15}$)

(a) $x = 1$ (b) $x = -0.43$ (c) $x = 3.1415926535$ (d) $x = 50$

Hinweise: Den Absolutbetrag erhalten Sie mit der C++-Standardfunktion `abs`. Die Zahl 10^{-15} können Sie im Programm als Gleitpunktliteral `1e-15` schreiben.

Freiwilliger Zusatzteil: Numerisch bessere Resultate lassen sich erzielen, wenn vor der Berechnung das Argument x mittels der Beziehungen

$$\begin{array}{ll}
\sin x = -\sin(-x) & (x < 0) \\
\sin x = \sin(x - 2k\pi) & (k \in \mathbb{N}) \\
\sin x = -\sin(x - \pi) & (\pi \le x < 2\pi) \\
\sin x = \sin(\pi - x) & (\frac{\pi}{2} \le x < \pi) \\
\sin x = \sqrt{1 - \sin^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right)} & (\frac{\pi}{4} < x \le \frac{\pi}{2})
\end{array}$$

auf ein Argument $t \in [0, \frac{\pi}{4}]$ reduziert wird und entsprechend diesen Formeln die Näherung $\tilde{s}_n(x)$ aus $s_n(t)$ bestimmt wird.
(Bem.: $\pi = 4\arctan(1)$, C++-Funktion `atan`, oder vordefinierte Konstante `M_PI` aus `<cmath>`.)

Bearbeitungszeitraum: bis Freitag, 12.5.2023, 12^{00}