§2 Arithmetische Ausdrücke

Leitideen: *Ausdrücke haben in der Regel einen Wert und können zusätzlich Seiteneffekte bewirken.*

Die Auswertung erfolgt durch Rückführung auf unäre oder binäre Operationen mit Operanden gleichen Typs.

Diese Zerlegung ist durch Operatorenvorrang, Assoziativität und Typangleichung bestimmt.

- Übersicht über die arithmetischen Operatoren
- Seiteneffekte und Assoziativität an Beispielen
- Division und Rest
- Zuweisungen
- Typumwandlungsregeln
- Mathematische Standardfunktionen
- Fehlerbehandlung mit `errno`

Arithmetische Operatoren - Übersicht

- Ausdrücke in C++ haben in der Regel einen *Wert*.
- Bei der Auswertung von Ausdrücken können *Seiteneffekte* auftreten, z.B. Änderung des Werts einer Variablen oder Ein/Ausgabeoperationen.

Op.	*Typ*	*Beispiele*	*Wert des Ausdr.*	*Seiteneffekte*
`++ --`	unär, postfix	`i++ i--`	ursprgl. Var.wert	Inkr./Dekr.
`++ --`	unär, präfix	`++i --i`	geänd. Var.wert	Inkr./Dekr.
`+ -`	unär, präfix	`+a -a`	unveränd./Neg.	keine
`* / %`	binär, infix	`a*b a/b k%n`	Mult./Div./Rest	keine
`+ -`	binär, infix	`a+b a-b`	Add./Subtr.	keine
`=`	binär, infix	`v=a`	rechte Seite	Zuweisung

- Abnehmende Bindungswirkung von oben nach unten , d.h. *unäres* “`-`“ bindet stärker als *binäres* “`*`“ und das stärker als *binäres* “`+`“, z.B.
  `-a*b+c` $\hat{=}$ `((-a)*b)+c`

Arithmetische Operatoren - Fortsetzung

- Bsp.: `i=5; k=i++;`

`i=5`	Wert des Ausdrucks:	5	Seiteneffekt:	$i = 5$
`k=i++` ≙ `k=(i++)`				
`i++`	Wert des Teilausdr:	5	Seiteneffekt:	$i = 6$
`k=i++`	Wert des Ausdrucks:	5	Seiteneffekt:	$k = 5$

- Bsp.: `j=5; k=++j;`

`j=5`	Wert des Ausdrucks:	5	Seiteneffekt:	$j = 5$
`k=++j` ≙ `k=(++j)`				
`++j`	Wert des Teilausdr:	6	Seiteneffekt:	$j = 6$
`k=++j`	Wert des Ausdrucks:	6	Seiteneffekt:	$k = 6$

Arithmetische Operatoren - Assoziativität I

- Bsp.: `a+b+c` $\widehat{=}$ `(a+b)+c` (binäres “+“ linksassoziativ)
- `(a+b)+c` bedeutet *nicht*, dass `a+b` vor `c` berechnet wird!
- Gilt auch für andere linksassoz. Operatoren, z.B.:
  `cout << a << b << c`
- Compiler darf Assoziativ- und Kommutativgesetze zu Optimierungszwecken *nur* anwenden, wenn Ergebnis unverändert.
- Gleitpunktarithmetik erfüllt i. allg. das Assoziativitätsgesetz *nicht*:

```
double eps=numeric_limits<double>::eps();
```

```
1.0+eps/2-1.0 ≙ (1.0+eps/2)-1.0
              ≙  1.0-1.0 ≙ 0

1.0-1.0+eps/2 ≙ (1.0-1.0)+eps/2 ≙ eps/2
```

Arithmetische Operatoren - Assoziativität II

- `k=i*-j` $\hat{=}$ `k=(i*(-j))` $i = 5, j = 2 \rightarrow k = -10$
- `k=--i` $\hat{=}$ `k=(--i)` $i = 5 \rightarrow i = 4, k = 4$
- `k=- -j` $\hat{=}$ `k=(-(-j))` $\hat{=}$ `k=j`
- `k=-i++` $\hat{=}$ `k=(-(i++))` $i = 4 \rightarrow i = 5, k = -4$
- `k=-+i+-++j` $\hat{=}$ `k=((-(+i))+(-(++j)))`
  $i = 5, j = 2 \rightarrow i = 5, j = 3, k = (-(+5)) + (-(3)) = -8$
- `k=i+++++j` $\hat{=}$ `k=(((i++)++)+j)` *syntakt. unzulässig*
  `k=i+++ ++j` $\hat{=}$ `k=((i++)+(++j))` *zulässig*
  $i = 5, j = 3 \rightarrow i = 6, j = 4, k = 5 + 4 = 9$

Caveat

- `a/b*c` $\hat{=}$ `(a/b)*c`, d.h. $\frac{a}{b}c$ und nicht $\frac{a}{bc}$, falls a, b, c Gleitpunktzahlen.

Arithmetische Operatoren - Division und Rest

- `i=9/4` ≙ `i=(9/4)` ≙ `i=2` ganzzahlige Division
- `i=9%4` ≙ `i=(9%4)` ≙ `i=1` Rest bei ganzzahl. Div.
- Caveat: Falls mindestens ein Operand bei / oder % negativ, Resultat implementierungsabhängig!
- `x=9.0/4` ≙ `x=(9.0/4)` ≙ `x=(9.0/4.0)` ≙ `x=2.25`
  reellwertige Division
  In `9.0/4` ist ein Operand vom Typ `double` und der andere vom Typ `int`.
  Nach den impliziten Typumwandlungsregeln *(später!)* wird `int` in `double` umgewandelt. (`double` ist hier der längste beteiligte Gleitpunktoperand)
- `x=9/4` ≙ `x=(9/4)` ≙ `x=2` ganzzahlige Division
- `x=1/2*0.5` ≙ `x=((1/2)*0.5)` ≙ `x=(0*0.5)`
  ≙ `x=(0.0*0.5)` ≙ `x=0.0`
- `x=0.5*1/2` ≙ `x=((0.5*1)/2)` ≙ `x=((0.5*1.0)/2)`
  ≙ `x=(0.5/2)` ≙ `x=(0.5/2.0)` ≙ `x=0.25`

Arithmetische Operatoren - Zuweisungen

Zuweisungen sind *rechtsassoziativ* und haben untereinander den gleichen Vorrang.
Die Variable v habe vor Ausführung der Zuw. den Wert v_0.
Der Wert des Zuweisungsausdrucks ist immer der Wert der linke Seite nach Ausführung.

Op.	*Beispiele*	*Wert des Ausdrucks*	*Seiteneffekte*
`=`	`v=a`	a	Zuweisung von a an v
`+=`	`v+=a`	$v_0 + a$	Addition von a zu v
`-=`	`v-=a`	$v_0 - a$	Subtraktion von a von v
`*=`	`v*=a`	$v_0 \cdot a$	Multiplikation von v mit a
`/=`	`v/=a`	v_0/a	Division von v durch a
`%=`	`v%=n`	v_0 mod n	Zuw. des Div.rest an v

- `x=y=z=a` $\hat{=}$ `x=(y=(z=a))` bewirkt `x=a; y=a; z=a;`
- `x*=y+5` $\hat{=}$ `x*=(y+5)` $\hat{=}$ `x=x*(y+5)` *nicht* `x=x*y+5`
- `x*=y=5` $\hat{=}$ `x*=(y=5)` bewirkt `y=5` und `x=x*5`.

Typumwandlungsregeln ($\rightarrow$ *Inf.bl. 4/S.4, 5/S.1)*

Motivation

- Reduktion der Anzahl der Operandentypen bei binären Operationen:
  1. Ziel: Gleiche Operandentypen, insbesondere gleich lang
     $\Rightarrow$ Regeln für Typumwandlungen von ganzen in Gleitpunktzahlen und für Längenangleichungen
  2. Ziel: Nicht zu viele Sonderfälle für kurze Datentypen
     $\Rightarrow$ Regeln für Integererweiterungen (Anpassung kürzerer Datentypen auf `int`)
  3. Bei Zuweisungen Umwandlung in den Datentyp des linken Operanden, falls möglich

Explizite Typumwandlungen

- 4 „Cast"-Operatoren in C++ für unterschiedliche Situationen, 1 „Cast"-Operator in C für alle Situationen (auch in C++ vorhanden)
- *Bsp. für Casting:*

```
static_cast<double>(i)/j  // Gleitpkt.division
(double)i/j               // Gleitpkt.division
```

Typumwandlungsregeln II

Caveat - Beispiele

- Bestimmte implizite Typumwandlungen sind „gefährlich“, weil wertändernd
  Bsp. `int` $\rightarrow$ `double` ungefährlich
  `double` $\rightarrow$ `int` gefährlich
- `int i; i=4.7` // $i = 4$ *(Abschneiden)*
- `int i; double x; i=x` // *unzulässig für zu große* $|x|$
- *Kein* Syntaxfehler liegt vor , wenn für einen `int`-Parameter in einer Funktion eine `double`-Größe eingesetzt wird!
  GNU-Compiler: `c++ -Wconversion`
  Nicht in `-Wall` enthalten!
- (Teilweise) vorzeichenlose Arithmetik, falls in Ganzzahl-ausdrücken vorzeichenloser Operand
  `int i;unsigned u;` // $i{*}u$ *vorzeichenlos* (≥ 0)
  Problem: Viele größenbestimmenden Operatoren und Funktionen liefern vorzeichenlose Ergebnisse *(später!)*

Mathematische Standardfunktionen I (Auszug)

Funktionen in cmath `#include <cmath>` *erforderlich!*

`x double`, Ergebnistyp: `double`

Funktionen	*Bedeutung*	*Bemerkungen*
`abs(x)`	$\lvert x \rvert$	C: `fabs(x)` !
`sqrt(x)`	$\sqrt{x}$	*besser als* `pow(x,0.5)` *!*
`sin(x)` `cos(x)` `tan(x)`	trig. Fkt.	
`asin(x)` `acos(x)` `atan(x)`	trig. Umkehrfkt.	*nicht* `arcsin` *usw.!*
`exp(x)`	e^x	
`sinh(x)` `cosh(x)` `tanh(x)`	hyperb. Fkt.	*im allg. genauer als* `0.5*(exp(x)-exp(-x)`
`log(x)`	$\ln(x)$	*nicht* `ln` *!*
`log10(x)`	$\lg(x)$	
`floor(x)`	$[x] = \max_{z\in\mathbb{Z}, z\leq x} z$	Ergebnis: `double`
`ceil(x)`	$-[-x] = \min_{z\in\mathbb{Z}, z\geq x} z$	Ergebnis: `double`

Mathematische Standardfunktionen II (Auszug)

Weitere Funktionen in cmath

`x,y: double`, `n: int`, Ergebnis: `double`

Funktionen	*Bedeutung*	*Bemerkungen*
`pow(x,y)`	x^y	C99: `pow(x,±0.0)` $= 1$
`pow(x,n)`	x^n	$x < 0$ zulässig. C99: `pow(x,0)` $= 1$
`atan2(y,x)`	Argument-funktion	y vor x wegen $\arctan(y/x)$ C99: `atan2(±0.0,-x)` $= \pm\pi \quad (x > 0)$ `atan2(±0.0,+x)` $= \pm 0 \quad (x > 0)$ `atan2(±0.0,-0.0)` $= \pm\pi$ `atan2(±0.0,+0.0)` $= \pm 0$
`ldexp(x,n)`	$x \cdot 2^n$	$2^n =$ `ldexp(1.0,n)`

- Zusätzlich gibt es jeweils gleichnamige Funktionen mit Parameter- und Ergebnistyp `float` bzw. `long double`.

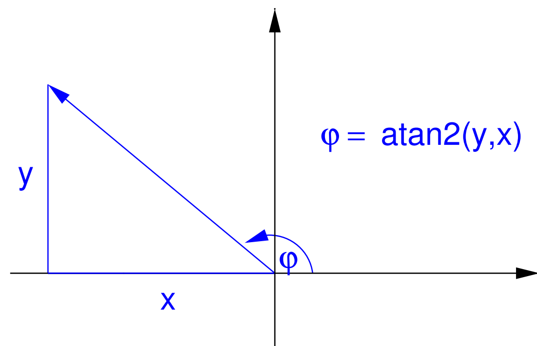
Funktionen in cstdlib `#include <cstdlib>` *erforderlich!*

`n: int` bzw. `long` Ergebnis: `int` bzw. `long`

Funktion	*Bedeutung*
`abs(n)`	$\|n\|$

Mathematische Standardfunktionen III

Skizze zur Funktion atan2



- $\varphi = \mathrm{atan2}(y, x) \in [-\pi, \pi]$
- C99: $\mathrm{atan2}(+0.0, x) = \pi \quad (x < 0)$
  $\mathrm{atan2}(-0.0, x) = -\pi \quad (x < 0)$

Fehlerbehandlung mit `errno`

- Viele Standardfunktionen setzen im Fehlerfall die globale, vordefinierte Variable `errno` (vom Datentyp `int`) auf einen Wert $\neq 0$. Dieser Wert ist fehlerspezifisch.
- Math. Standardfunktionen setzen nur zwei Fehlerwerte:

`EDOM`	Argument nicht im Definitionsbereich
`ERANGE`	Ergebnis nicht im Wertebereich darstellbar

  `EDOM` und `ERANGE` sind konkrete ganze Zahlen, die in Include-Dateien mittels `#define` festgelegt sind.
- Durch `#include <cerrno>` wird `errno` im eigenen Programm deklariert , d.h. der Variablenname ist bekannt und damit benutzbar.
- `strerror(`*errnum*`)` aus `<cstring>` liefert zur Fehlernummer *errnum* einen fehlerspezifischen C-String.
- Damit andere Standardfunktionen das Ergebnis nicht verfälschen, sollte `errno` vor einem fraglichen Funktionsaufruf auf `0` gesetzt werden.