

Übungen zur Vorlesung „Logik II“

Aufgabe 37. Die geraden und ungeraden Zahlen seien definiert durch

$$\begin{aligned}\text{Even} &:= \mu_X(0 \in X, \forall_n(n \in X \rightarrow S(Sn) \in X)), \\ \text{Odd} &:= \mu_X(1 \in X, \forall_n(n \in X \rightarrow S(Sn) \in X)).\end{aligned}$$

- (a) Formulieren Sie das Eliminationsaxiom Odd^- .
- (b) Die Verdopplungsfunktion D auf $\mathbb{N}$ sei definiert durch die Berechnungsregeln $D0 = 0$ und $D(Sn) = S(S(Dn))$. Beweisen Sie (aus Odd^-)

$$\forall_n(n \in \text{Odd} \rightarrow Dn \in \text{Even})$$

und geben Sie den Herleitungsterm M Ihres Beweises an.

- (c) Berechnen Sie den Typ $\tau(\forall_n(n \in \text{Odd} \rightarrow Dn \in \text{Even}))$.
- (d) Berechnen Sie den aus M extrahierten Term $\text{et}(M)$.

Aufgabe 38. Formalisieren Sie Aufgabe 37 in Minlog.

Aufgabe 39. Beweisen Sie, daß $z \text{ r } (A \vee B)$ äquivalent ist zu

$$\exists_x(x \text{ r } A \wedge z \equiv \text{InL}(x)) \vee^{\text{nc}} \exists_y(y \text{ r } B \wedge z \equiv \text{InR}(y))$$

für A, B c.r.

Aufgabe 40. Beweisen Sie die Inversionseigenschaft von ${}^{\text{co}}\text{Even}$:

$$n \in {}^{\text{co}}\text{Even} \leftrightarrow n \equiv 0 \vee \exists_{n'}(n' \in {}^{\text{co}}\text{Even} \wedge n \equiv S(Sn')).$$

Abgabe. Mittwoch, 13. Juli 2022, physisch in der Vorlesung oder elektronisch über Uni2work. Eine Lösungshilfe für die Minlog-Aufgaben finden Sie in ueb10.scm auf der Vorlesungsseite. Lösung dafür bitte als .scm-Datei schicken an Nils Köpp (koeppe[at]math.lmu.de) oder abgeben über Uni2work. Bitte nennen Sie Ihre Datei ueb10[Name].scm.