

Übungen zur Vorlesung „Logik II“

Aufgabe 25. Formalisieren Sie Aufgabe 24 in Minlog.

Aufgabe 26. Lemma 2.4.6 (Deduktiver Abschluß) für $\vec{x}$ leer

$$W \subseteq \llbracket M \rrbracket \text{ und } W \vdash b \text{ implizieren } b \in \llbracket M \rrbracket$$

läßt sich durch Induktion über das Maximum der D-Höhen mit einer Nebeninduktion über das Maximum der Höhen von $W \subseteq \llbracket M \rrbracket$ beweisen. Führen Sie den Beweis im Fall (A) aus.

Aufgabe 27. Die Leibniz-Gleichheit EqD ist induktiv definiert durch die Axiome

$$\text{EqD}^+ : \forall_x (x \equiv x),$$

$$\text{EqD}^- : \forall_x B(x, x) \rightarrow \forall_{x,y} (x \equiv y \rightarrow B(x, y)).$$

Wir schreiben $x \equiv y$ für $\text{EqD}(x, y)$.

- (a) Beweisen Sie die Verträglichkeit $x \equiv y \rightarrow A(x) \rightarrow A(y)$ (Hinweis: EqD^-).
- (b) Beweisen Sie Symmetrie und Transitivität der Leibniz-Gleichheit.

Aufgabe 28. Für Terme $t: \mathbb{B}$ sei $\text{atom}(t) := (t \equiv \mathfrak{t})$ und $\mathbf{F} := \text{atom}(\mathfrak{f})$ (arithmetisches Falsum). Beweisen Sie

- (a) $\text{EfEqD} : \mathbf{F} \rightarrow x \equiv y$.
- (b) $\text{EfAtom} : \mathbf{F} \rightarrow \text{atom}(x)$.

Hinweis zu (a). Verwenden Sie $\mathcal{R}_{\mathbb{B}}^{\tau} \mathfrak{f}xy \equiv \mathcal{R}_{\mathbb{B}}^{\tau} \mathfrak{f}xy$ und die Konvention, daß zwei Terme mit einem gemeinsamen Redukt als gleich gelten.

Abgabe. Mittwoch, 22. Juni 2022, physisch in der Vorlesung oder elektronisch über Uni2work. Eine Lösungshilfe für die Minlog-Aufgabe finden Sie in ueb07.scm auf der Vorlesungsseite. Lösung dafür bitte als .scm-Datei schicken an Nils Köpp (koep[un]at[un]math.lmu.de) oder abgeben über Uni2work. Bitte nennen Sie Ihre Datei ueb07[Name].scm.