

Übungen zur Vorlesung „Logik II“

Aufgabe 17 (Unifikationssatz). Es sei E ein endliches Gleichungssystem (also eine Multimenge $\{t_1 = s_1, \dots, t_n = s_n\}$). Zeigen Sie:

(a) Jede Folge

$$E = E_1 \mapsto_{\vartheta_1} E_2 \mapsto_{\vartheta_2} \dots$$

terminiert mit $E_{n+1} = \emptyset$ or $E_{n+1} = \{\perp\}$.

(b) Im ersten Fall ist E unifizierbar, und $\vartheta_1 \dots \vartheta_n$ ist ein idempotenter allgemeinster Unifikator von E .

(c) Im zweiten Fall ist E nicht unifizierbar.

Hinweis. Terminierung beweist man mittels der lexikographischen Ordnung von $\mathbb{N}^3$. Jedem $E = \{t_1 = s_1, \dots, t_n = s_n\}$ ordnet man $(n_1, n_2, n_3) \in \mathbb{N}^3$ zu durch

$n_1 :=$ Anzahl der Variablen in E ,

$n_2 :=$ Anzahl der Vorkommen von Variablen und Konstruktoren in E ,

$n_3 :=$ Anzahl der Gleichungen $t = x$ in E für die t keine Variable ist.

Aufgabe 18. Ein Informationssystem $\mathbf{A} = (A, \text{Con}, \vdash)$ heißt *kohärent* wenn es folgende Eigenschaft hat: $U \subseteq A$ ist konsistent genau dann, wenn es alle seine zweielementigen Teilmengen sind. Zeigen Sie, daß aus der Kohärenz von $\mathbf{B}$ die Kohärenz von $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$ folgt.

Aufgabe 19. Definieren Sie

- (a) die Funktion $A: \mathbb{Y} \rightarrow \mathbb{N}$ die jedem binären Baum t die Anzahl seiner Blätter zuordnet (i) durch Berechnungsregeln und (ii) mit $\mathcal{R}_{\mathbb{Y}}^{\mathbb{N}}$,
- (b) das unendliche Ideal NatInf vom Typ $\mathbb{N}$ (i) durch Berechnungsregeln und (ii) mit ${}^{\text{co}}\mathcal{R}_{\mathbb{U}}^{\mathbb{N}}$.

Aufgabe 20. Formalisieren Sie in Minlog die Beweise in Aufgabe 19.

Abgabe. Mittwoch, 8. Juni 2022, physisch in der Vorlesung oder elektronisch über Uni2work. Eine Lösungshilfe für die Minlog-Aufgabe finden Sie in ueb05.scm auf der Vorlesungsseite. Lösung dafür bitte als .scm-Datei schicken an Nils Köpp (koepp[at]math.lmu.de) oder abgeben über Uni2work. Bitte nennen Sie Ihre Datei ueb05[Name].scm.