

Übungen zur Vorlesung „Logik II“

- Aufgabe 13.** (a) Geben Sie zu der Algebra $\mathbb{P} := \mu_{\xi}(\xi, \xi \rightarrow \xi, \xi \rightarrow \xi)$ der (binären) positiven Zahlen mit Konstruktoren $1^{\mathbb{P}}, S_0^{\mathbb{P} \rightarrow \mathbb{P}}, S_1^{\mathbb{P} \rightarrow \mathbb{P}}$ das Informationssystem $\mathbf{C}_{\mathbb{P}}$ durch seine Bestandteile $C_{\mathbb{P}}, \text{Con}_{\mathbb{P}}$ und $\vdash_{\mathbb{P}}$ an.
- (b) Wie sind die approximierende Abbildung r_{S_i} und die Werte $|r_{S_i}|(z)$ der zugehörigen stetigen Funktion von $|\mathbb{P}|$ nach $|\mathbb{P}|$ definiert?
- (c) Beweisen Sie, daß $|r_{S_i}|$ injektiv ist, und daß die Wertebereiche von $|r_{S_0}|$ und $|r_{S_1}|$ disjunkt sind.
- (d) Geben Sie je ein flaches Informationssystem an, in dem (i) nicht alle Konstruktoren injektiv sind und (ii) die Konstruktoren keine disjunkten Wertebereiche haben. (Beispiel für ein flaches Informationssystem: die Informationsatome a von $\mathbb{P}_{\text{flach}}$ sind alle $S_{i_0} S_{i_1} \dots S_{i_{n-1}} 1$, die konsistenten Mengen U alle Einermengen $\{a\}$ sowie die leere Menge $\emptyset$, und die Folgeursrelation $U \vdash a$ ist definiert durch $a \in U$).

Aufgabe 14 (Charakterisierung idempotenter allgemeinsten Unifikatoren). $E := \{t_1 = s_1, \dots, t_n = s_n\}$ sei ein endliches Gleichungssystem und ϑ ein Unifikator von E . Zeigen Sie, daß ϑ ein idempotenter allgemeinsten Unifikator von E ist genau dann, wenn für alle Unifikatoren η von E gilt $\eta = \vartheta\eta$.

Aufgabe 15. In der Algebra $\mathbb{N}$ der natürlichen Zahlen sei die Addition definiert durch die Berechnungsregeln

$$\begin{aligned} m + 0 &:= m, \\ m + S(n) &:= S(m + n). \end{aligned}$$

Beweisen Sie durch Induktion $0 + n = n$, $S(n) + m = S(n + m)$ sowie die Assoziativität und Kommutativität von $+$.

Aufgabe 16. Formalisieren Sie die in Aufgabe 15 geführten Beweise in Minlog.

Abgabe. Mittwoch, 2. Juni 2022, physisch in der Vorlesung oder elektronisch über Uni2work. Eine Lösungshilfe für die Minlog-Aufgabe finden Sie in ueb04.scm auf der Vorlesungsseite. Lösung dafür bitte als .scm-Datei schicken an Nils Köpp (koepp[at]math.lmu.de) oder abgeben über Uni2work. Bitte nennen Sie Ihre Datei ueb04[Name].scm.