Mathematisches Institut der LMU
Kenji Miyamoto, Helmut Schwichtenberg

Sommersemester 2016
Blatt 10

Übungen zur Vorlesung „Logik II“

Aufgabe 37. Formalisieren Sie die in Aufgabe 36 gefundene Herleitung, und extrahieren Sie ihren rechnerischen Gehalt. Verwenden Sie dazu die Datei `aufg37.scm`

Aufgabe 38. Es sei $x \notin \mathrm{FV}(A)$. Beweisen Sie aus den Invarianzaxiomen

$$(A \to^{\mathrm{nc}} \exists^{\mathrm{l}}_x B) \to \exists^{\mathrm{l}}_x (A \to B) \qquad \text{für } B \text{ n.c.}$$
$$(A \to^{\mathrm{nc}} \exists^{\mathrm{d}}_x B) \to \exists^{\mathrm{d}}_x (A \to^{\mathrm{nc}} B) \quad \text{für } B \text{ c.r.}$$

Aufgabe 39. Es sei $\forall^{\mathrm{nc}}_n(T_{\mathbf{N}} n \to P0 \to \forall^{\mathrm{nc}}_n(Pn \to P(Sn)) \to Pn)$ das schwache Beseitigungsaxiom von $T_{\mathbf{N}}$. Zeigen Sie folgende Formeln mit Hilfe des schwachen Beseitigungsaxioms.

(a) $\forall^{\mathrm{nc}}_n(T_{\mathbf{N}} n \to n = 0 \vee^{\mathrm{r}} \exists^{\mathrm{r}}_m(n = Sm \wedge^{\mathrm{r}} T_{\mathbf{N}} m))$
(b) $\forall^{\mathrm{nc}}_n(T_{\mathbf{N}}(Sn) \to T_{\mathbf{N}} n)$
(c) Das starke Beseitigungsaxiom von $T_{\mathbf{N}}$.

Formalisieren Sie die Herleitungen mithilfe der Datei `aufg39.scm`.

Aufgabe 40. Der Graph G der Fibonacci-Funktion sei induktiv definiert durch die Klauseln

$$G(0,0)$$
$$G(1,1)$$
$$\forall_{n,k,l}(G(n,k) \to G(n+1,l) \to G(n+2,k+l))$$

Beweisen Sie mit Hilfe der Datei `aufg40.scm`, daß es zu jedem n ein k gibt mit $G(n,k)$, und extrahieren Sie den rechnerischen Gehalt dieses Beweises.

Abgabe. Mittwoch, 29. Juni 2016, in der Vorlesung.