Mathematisches Institut der LMU
Kenji Miyamoto, Helmut Schwichtenberg

Sommersemester 2016
Blatt 2

Übungen zur Vorlesung „Logik II“

Aufgabe 5. Zeigen Sie, daß die Einführungs- und Beseitigungsaxiome für den Existenzquantor

$$\exists^+ \colon \forall_x(A \to \exists_x A), \qquad \exists^- \colon \exists_x A \to \forall_x(A \to B) \to B \quad (x \text{ nicht frei in } B).$$

äquivalent sind zu den Regeln

$$\dfrac{\begin{array}{cc} & \mid M \\ r & A(r) \end{array}}{\exists_x A(x)}\,\exists^+ \qquad \dfrac{\begin{array}{cc} & [u\colon A] \\ \mid M & \mid N \\ \exists_x A & B \end{array}}{B}\,\exists^- x, u \text{ (Var.Bed.)}$$

wobei die Regel $\exists^- x, u$ folgende Eigenvariablen-Bedingung erfüllen muß: in der Herleitung N kommt die Variable x nicht frei vor in (i) den Formeln von freien Annahmevariablen außer $u\colon A$, und (ii) auch nicht in B.

Aufgabe 6. Geben Sie Herleitungen an für

$$(\forall_x A \to B) \leftarrow \exists_x(A \to B) \quad \text{falls } x \notin \mathrm{FV}(B),$$
$$(A \to \forall_x B) \leftrightarrow \forall_x(A \to B) \quad \text{falls } x \notin \mathrm{FV}(A).$$

$B \leftarrow A$ steht für $A \to B$. In den Herleitungen können die Einführungs- und Beseitigungsregeln für den Existenzquantor verwendet werden.

Aufgabe 7. Geben Sie Herleitungen an für

$$(\exists_x A \to B) \leftrightarrow \forall_x(A \to B) \quad \text{falls } x \notin \mathrm{FV}(B).$$

Aufgabe 8. Formalisieren Sie die Herleitungen in Aufgaben 6 und 7 in Minlog. (Lösung bitte als `.scm`-Datei an Franziskus Wiesnet).

Abgabe. Mittwoch, 27. April 2016, in der Vorlesung.