Übungen zur Vorlesung “Modelle der Mengenlehre”

Seien M abzählbares, transitives Modell von ZFC, $\langle \mathbb{P}, \leq, \mathbb{1} \rangle \in M$
Bedingungsmenge und $\Vdash$ die zugehörige Forcingrelation.

Aufgabe 1. Sei $D \subseteq \mathbb{P}$ mit $D \in M$. Weiterhin sei $G \subseteq \mathbb{P}$ M -generisch, und
sei $p \in G$. Es gelte:

$$\forall q \leq p \exists r \in D \text{ } q, r \text{ verträglich.}$$

Man zeige, dass $G \cap D \neq \emptyset$.

Aufgabe 2. Zeigen Sie:

- (a) $p \Vdash \neg\phi$ gdw $\forall q \leq p \neg(q \Vdash \phi)$.
- (b) $p \Vdash (\phi \wedge \psi)$ gdw $(p \Vdash \phi \text{ und } p \Vdash \psi)$.
- (c) $p \Vdash \exists x\phi$ gdw $\forall q \leq p \exists r \leq q \exists a \ r \Vdash \phi(a)$.

Aufgabe 3. Zeigen Sie:

$$\forall p \exists q \leq p (q \Vdash \phi \text{ oder } q \Vdash \neg\phi)$$

Aufgabe 4. Seien $\alpha = \omega_1^M$ und

$$\mathbb{P} = \{p \mid p : n \rightarrow \alpha, n \in \omega\}.$$

Zeigen Sie, dass $\mathbb{1} \Vdash \hat{\alpha} < \omega_1$.

Abgabe. Donnerstag, 02. Juli 2015, in der Vorlesung.

Besprechung. Donnerstag, 02. Juli 2015, in der Übung.