

### Übungen zur Vorlesung “Modelle der Mengenlehre”

**Aufgabe 1.** Zeigen Sie, dass  $u \times v \in \bigcup w$  eine  $\Sigma_0$ -Formel ist.

Im folgenden sei  $W$  ein inneres Modell von ZF.

**Aufgabe 2.** Zeigen Sie, dass  $V_\omega \subseteq W$ .

**Aufgabe 3.** Sei  $\kappa$  eine reguläre Kardinalzahl. Zeigen Sie, dass  $\kappa$  regulär in  $W$  ist.

**Aufgabe 4.** Seien  $\phi(x), \psi_0(x), \psi_1(x)$  ZF-Formeln mit höchstens  $x$  frei, und seien  $\psi_0(x)$   $\Sigma_1$ -Formel und  $\psi_1(x)$   $\Pi_1$ -Formel. Weiterhin sei

$$\text{ZF} \vdash \forall x (\phi(x) \leftrightarrow \psi_0(x) \leftrightarrow \psi_1(x)).$$

Man zeige, dass

$$\text{ZF} \vdash \forall x \in W (\phi(x) \leftrightarrow \phi^W(x)).$$

**Abgabe.** Donnerstag, 28. Mai 2015, in der Vorlesung.

**Besprechung.** Donnerstag, 28. Mai 2015, in der Übung.