



Dr. Isif Petrakis

Wintersemester 17/18  
26.01.2018

# Logik

## Blatt 13

**Aufgabe 1.** (i) Geben Sie  $\mathcal{M} \equiv (D, F, \mathbf{i}, \mathbf{j})$ ,  $\eta, \xi \in \mathbb{F}(\text{Var}, D)$ ,  $u \in F$  und  $A \in \text{Form}$  an, so dass gilt

$$u \Vdash A[\eta] \text{ und } u \not\Vdash A[\xi].$$

(ii) Seien  $\mathcal{M}_i \equiv (D, F, \mathbf{i}, \mathbf{j})$  ein intuitionistische Fächermodell von  $\mathcal{L}$ ,  $\eta$  eine Variablenzuordnung in  $D$ ,  $u \in F$  und  $A \in \text{Form}$ . Man zeige:

- (a)  $u \Vdash (\neg A)[\eta] \Leftrightarrow \forall_{u' \succeq u} (u' \not\Vdash A[\eta])$ .
- (b)  $u \Vdash (\neg\neg A)[\eta] \Leftrightarrow \forall_{u' \succeq u} \neg \forall_{u'' \succeq u'} (u'' \not\Vdash A[\eta])$ .

**Aufgabe 2.** Sei  $\mathcal{L} \equiv (\emptyset, \{\perp, R\})$ , wobei  $R$  ein einstelliges Relationszeichen ist. Sei  $\mathcal{M}_i \equiv (\mathbb{N}, 2^{<\mathbb{N}}, \mathbf{j})$ , wobei

$$\forall_{u \in 2^{<\mathbb{N}}} (\mathbf{j}(\perp, u) \equiv \mathbf{0}),$$

$$\mathbf{j}(R, (u_0, \dots, u_{n-1})) \equiv \{m \in \mathbb{N} \mid (u_0, \dots, u_{n-1}) \text{ enthält mindestens } m \text{ Nullen}\}.$$

Zeigen Sie mithilfe des Modells  $\mathcal{M}_i$ , dass die Formel  $\exists_x (Px \rightarrow \forall_x Px)$  nicht intuitionistische herleitbar ist.

Arbeiten Sie in einer klassische Metatheorie.

**Aufgabe 3.** Sei  $\Gamma \cup \{A\} \subseteq \text{Form}$ .

- (i) Man zeige:
  - (a) Wenn  $\Gamma$  erfüllbar ist, dann ist  $\Gamma$  konsistent.
  - (b)  $\Gamma \models A \Leftrightarrow \Gamma \cup \{\neg A\}$  ist nicht erfüllbar.
- (ii) Man beweise oder widerlege:

$$\Gamma \models A \text{ oder } \Gamma \models \neg A$$

**Aufgabe 4.** Sei  $\Gamma_1 \cup \Gamma_2$  nicht erfüllbar. Man zeige:  
Es existiert eine Formel  $A$  mit  $\Gamma_1 \models A$  und  $\Gamma_2 \models \neg A$ .

**Besprechung.** Freitag, 02. Februar 2018, in der Übung.