



Logik

Blatt 13

Aufgabe 1. (i) Geben Sie $\mathcal{M} \equiv (D, F, \mathbf{i}, \mathbf{j})$, $\eta, \xi \in \mathbb{F}(\text{Var}, D)$, $u \in F$ und $A \in \text{Form}$ an, so dass gilt

$$u \Vdash A[\eta] \text{ und } u \not\Vdash A[\xi].$$

(ii) Seien $\mathcal{M}_i \equiv (D, F, \mathbf{i}, \mathbf{j})$ ein intuitionistische Fächermodell von \mathcal{L} , η eine Variablenzuordnung in D , $u \in F$ und $A \in \text{Form}$. Man zeige:

- (a) $u \Vdash (\neg A)[\eta] \Leftrightarrow \forall_{u' \succeq u} (u' \not\Vdash A[\eta])$.
 (b) $u \Vdash (\neg\neg A)[\eta] \Leftrightarrow \forall_{u' \succeq u} \neg \forall_{u'' \succeq u'} (u'' \not\Vdash A[\eta])$.

Aufgabe 2. Sei $\mathcal{L} \equiv (\emptyset, \{\perp, R\})$, wobei R ein einstelliges Relationszeichen ist. Sei $\mathcal{M}_i \equiv (\mathbb{N}, 2^{<\mathbb{N}}, \mathbf{j})$, wobei

$$\forall_{u \in 2^{<\mathbb{N}}} (\mathbf{j}(\perp, u) \equiv \mathbf{0}),$$

$$\mathbf{j}(R, (u_0, \dots, u_{n-1})) \equiv \{m \in \mathbb{N} \mid (u_0, \dots, u_{n-1}) \text{ enthält mindestens } m \text{ Nullen}\}.$$

Zeigen Sie mithilfe des Modells \mathcal{M}_i , dass die Formel $\exists_x (Px \rightarrow \forall_x Px)$ nicht intuitionistische herleitbar ist.

Arbeiten Sie in einer klassische Metatheorie.

Aufgabe 3. Sei $\Gamma \cup \{A\} \subseteq \text{Form}$.

- (i) Man zeige:
 (a) Wenn Γ erfüllbar ist, dann ist Γ konsistent.
 (b) $\Gamma \models A \Leftrightarrow \Gamma \cup \{\neg A\}$ ist nicht erfüllbar.
 (ii) Man beweise oder widerlege:

$$\Gamma \models A \text{ oder } \Gamma \models \neg A$$

Aufgabe 4. Sei $\Gamma_1 \cup \Gamma_2$ nicht erfüllbar. Man zeige:

Es existiert eine Formel A mit $\Gamma_1 \models A$ und $\Gamma_2 \models \neg A$.

Besprechung. Freitag, 02. Februar 2018, in der Übung.