

Übungen zur Vorlesung “Mathematische Logik”

Aufgabe 1. Sei T eine L -Theorie. Weiterhin sei ϕ eine L -Formel mit höchstens x frei in ϕ . Sei P ein neues einstelliges Relationszeichen, und setze

$$T^* = T \cup \{\forall x(\phi \leftrightarrow P(x))\}.$$

Man zeige:

Für alle L -Aussagen θ : (Wenn $T^* \models \theta$, so $T \models \theta$).

Aufgabe 2. Sei $L = \{c_n \mid n \in \mathbb{N}\}$, wobei die Konstanten c_n paarweise verschieden sind. Setze

$$T = \{c_i \neq c_j \mid i, j \in \mathbb{N}, i \neq j\}.$$

Weiterhin sei ψ eine L -Aussage mit $T \models \psi$. Zeigen Sie, dass ψ ein endliches Modell besitzt.

Aufgabe 3. Seien T_1, T_2 L -Theorien. Weiterhin sei $T_1 \cup T_2$ nicht erfüllbar.

Man zeige:

Es existiert eine L -Aussage ϕ mit $T_1 \models \phi$ und $T_2 \models \neg\phi$.

Abgabe. Donnerstag, 20. November 2013, in der Vorlesung.

Besprechung. Donnerstag, 20. November 2013, in der Übung.