Mathematisches Institut
der Universität München
Prof. Dr. Hans-Dieter Donder
Iosif Petrakis

Wintersemester 2014/2015
Blatt 10

Übungen zur Vorlesung "Mathematische Logik"

Aufgabe 1. Sei $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ definiert durch

$$f(0) = f(1) = 2$$
$$f(n+2) = 3f(n) + 4f(n+1).$$

Zeigen Sie, dass f rekursiv ist.

Aufgabe 2. Sei $A \subseteq \mathbb{N}$ unendlich. Zeigen Sie, dass folgende Aussagen äquivalent sind

(1) A ist rekursiv.
(2) Es existiert eine streng monotone rekursive Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ mit $A = \{f(n) \mid n \in \mathbb{N}\}$.

Aufgabe 3. Seien $A, B \subseteq \mathbb{N}$ rekursiv aufzählbar. Zeigen Sie, dass $A \cap B$ und $A \cup B$ rekursiv aufzählbar sind.

Aufgabe 4. Sei $B \subseteq \mathbb{N}$ rekursiv aufzählbar und unendlich. Zeigen Sie, dass B eine unendliche rekursive Teilmenge besitzt.

Abgabe. Donnerstag, 18. Dezember 2014, in der Vorlesung.

Besprechung. Donnerstag, 18. Dezember 2014, in der Übung.