

Grundlagen der Mathematik I – 6. Übungsblatt

Aufgabe 1 (Lösen von Ungleichungen). Man gebe die Mengen

a) $L_1 := \left\{ x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3}{2} \right\} \mid \frac{1}{3} < \frac{2x-1}{3-2x} < \frac{1}{2} \right\}$

b) $L_2 := \{ x \in \mathbb{R} \mid |3x^2 - 8x - 7| \leq 4 \}$

mit geeigneten Intervallen an und skizziere sie auf der Zahlengeraden.

Aufgabe 2 (Rechnen mit Beträgen). Es sei $(K, +, \cdot, <)$ ein angeordneter Körper. Für alle $a, b \in K$ zeige man:

a) $\max \{a, b\} = \frac{1}{2}(a + b + |a - b|)$.

b) $\min \{a, b\} = \frac{1}{2}(a + b - |a - b|)$.

c) $\max \{a, b\} - \min \{a, b\} = |a - b|$.

Aufgabe 3 (Rechenregeln für das Bild). Es sei $f : M \rightarrow N$ eine Abbildung, und es seien A_1, A_2 Teilmengen von M . Man zeige:

a) $f(A_1 \cup A_2) = f(A_1) \cup f(A_2)$.

b) $f(A_1 \cap A_2) \subset f(A_1) \cap f(A_2)$.

Man gebe außerdem ein Beispiel für $f(A_1 \cap A_2) \subsetneq f(A_1) \cap f(A_2)$ an.

Aufgabe 4 (Bild und Urbild). Man betrachte in Abhängigkeit von $a, b, c \in \mathbb{R}$ die Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto ax^2 + bx + c.$$

a) Man bestimme für jedes $y \in \mathbb{R}$ das Urbild $f^{-1}(\{y\})$.

b) Man bestimme die Wertemenge $f(\mathbb{R})$.

(Die Ergebnisse werden stets noch von den Zahlen a, b, c abhängen.)

Die Lösungen sind spätestens am **Freitag, 6. Dezember 2013, 12 Uhr** im Übungskasten der Vorlesung (im 1. Stock vor der Bibliothek) einzuwerfen. Bitte die Angabe des eigenen Namens nicht vergessen!