



Dr. Mark Hamilton
Stefanie Motzokan
Serj Aristarkhov
Anne Froemel

Sommersemester 2017

Vorlesung: Mathematik für Naturwissenschaftler II Übungsblatt 9

Aufgabe 1.

(a) Berechnen Sie die folgenden Matrix-Vektor-Produkte, sofern diese definiert sind.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 5 & 3 \\ 0 & 2 & -8 & 6 \\ 1 & 5 & -2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ -7 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (1 \ 2 \ 3 \ 4) \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} -4 \\ -3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} (1), \quad (1 \ 2) (1)$$

(b) Berechnen Sie die folgenden Matrix-Produkte, sofern diese definiert sind.

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 7 \\ -1 & 0 & 1 \\ 5 & 8 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 7 & -2 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 7 & -2 \\ 6 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 7 & -2 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$$
$$(1 \ 1 \ 1 \ 1)^T (1 \ 1 \ 1 \ 1), \quad (1 \ 1 \ 1 \ 1) (1 \ 1 \ 1 \ 1)^T$$

Aufgabe 2. Gegeben seien die Punkte

$$O = (0, 0, 0), \quad A = (6, 0, 0), \quad B = (8, 12, 0) \text{ und } C = (4, 4, 10).$$

Die Punkte sind Eckpunkte einer Pyramide mit C als Spitze.

- (a) R, S, T und U seien die Mittelpunkte der Kanten $[OA]$, $[AB]$, $[BC]$ und $[OC]$. Ermitteln Sie die Koordinaten von R, S, T und U .
- (b) Weisen Sie nach, dass das Viereck $RSTU$ ein Parallelogramm P ist.
- (c) Für das Volumen V eines Spats, der von den drei Vektoren $x = (x_1, x_2, x_3)$, $y = (y_1, y_2, y_3)$, $z = (z_1, z_2, z_3)$ aufgespannt wird, gilt:

$$V = \det \begin{pmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie den Flächeninhalt von P mit Hilfe des Volumen eines geeigneten Spats.

Tipp: Das Volumen eines Spats errechnet sich aus dem Produkt seiner Grundfläche und seiner Höhe.

Aufgabe 3. Man zeige mit Hilfe des Laplaceschen Entwicklungssatzes (ohne Verwendung der Regel von Sarrus!), dass für $x, y \in \mathbb{R}$ gilt:

$$\det \begin{pmatrix} x & y & 0 & 1 \\ -y & x & -1 & 0 \\ 0 & 1 & x & -y \\ -1 & 0 & y & x \end{pmatrix} = (x^2 + y^2 + 1)^2$$

Bitte geben Sie Ihre Lösungen bis **Montag, 10. Juli 2017, 14:00 Uhr** in dem **Briefkasten** im 1. Stock ab. Lösungen bitte immer auf einem separaten Blatt und mit Namen abgeben!