



Dr. Mark Hamilton  
Stefanie Motzokan  
Serj Aristarkhov  
Anne Froemel

Sommersemester 2017

## Vorlesung: Mathematik für Naturwissenschaftler II

### Übungsblatt 5

**Aufgabe 1.** Es seien  $a$  und  $b$  zwei positive reelle Zahlen. Bei der Menge

$$\mathcal{E} := \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1 \right\}$$

handelt es sich um die Fläche, die von einer Ellipse (mit den Halbachsen der Länge  $a$  bzw.  $b$ ) berandet wird. Leiten Sie mit Hilfe der Integralrechnung eine Formel für den Flächeninhalt von  $\mathcal{E}$  her.

*Hinweise:* Machen Sie sich dazu klar, dass der obere Rand von  $\mathcal{E}$  durch die Funktion

$$f(x) = b \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} \quad \text{für } x \in [-a, a]$$

beschrieben wird und überprüfen Sie durch Differenzieren, dass

$$\frac{1}{2} \arcsin(x) + \frac{1}{2} x \sqrt{1 - x^2}$$

eine Stammfunktion von  $\sqrt{1 - x^2}$  ist.

**Aufgabe 2.** Überprüfen Sie, ob die folgenden uneigentlichen Riemann-Integrale existieren und geben Sie im Falle der Existenz deren Wert an.

(a)  $\int_0^{\infty} x^3 e^{-x} dx$

(b)  $\int_0^{\infty} \ln(x) dx$

**Aufgabe 3.** Für welche reellen Zahlen  $\alpha$  existiert jeweils das uneigentliche Integral und mit welchem Wert?

(a)  $\int_0^1 t^\alpha dt$

(b)  $\int_0^{\infty} e^{\alpha x} dx$

**Aufgabe 4.** Bestimmen Sie folgende Integrale.

(a)  $\int \ln(t)^2 dt$

(b)  $\int \frac{\exp(\sqrt{-2x})}{\sqrt{-x}} dx$

(c)  $\int \frac{z+5}{z^3-z^2} dz$

(d)  $\int x \ln(x+1) dx$

Bitte geben Sie Ihre Lösungen bis **Montag, 12. Juni 2017, 14:00 Uhr** in dem **Briefkasten** (nicht der Rückgabekasten!) im 1. Stock ab. Lösungen bitte immer auf einem separaten Blatt (nicht auf dem Angabenblatt) und mit Namen abgeben!

**Ankündigung:**

Die Globalübung am 05. Juni 2017 entfällt aufgrund des Feiertags.

Die Tutorübungen am 07. Juni 2017 und 15. Juni 2017 (Feiertag) entfallen ebenfalls. Die Übungen zu Blatt 6 finden am Do, 08. Juni 2017 und am Mi, 14. Juni 2017 statt.

Die Vorlesungen finden regulär statt!