Dr. Mark Hamilton
Stefanie Motzokan
Serj Aristarkhov
Anne Froemel

Sommersemester 2017

Vorlesung: Mathematik für Naturwissenschaftler II
Übungsblatt 3

Aufgabe 1. Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto x \cdot \sin(x).$$

(a) Bestimmen Sie die Taylorreihe $T\ f(x,0)$.

(b) Vergleichen Sie die beiden Restglieder des Taylorpolynoms 8. Grades für die Werte $x = \frac{3\pi}{4}$ und $x = \frac{11\pi}{4}$. Geben Sie eine Begründung an.

Aufgabe 2. Es sei $M \subset \mathbb{R}^2$ die Menge aller Punkte (x, y), die die folgenden vier Eigenschaften erfüllen:

$$e^x \geq y \text{ und } y \geq 0 \text{ und } -\frac{x}{2} + 1 \geq y \text{ und } x \geq -3.$$

(a) Fertigen Sie eine Skizze von M an.

(b) Beschreiben Sie den Flächeninhalt von M mit einer Integralformel.

(c) Berechnen Sie den Flächeninhalt von M mit der von Ihnen gefundenen Formel.

Aufgabe 3. Es seien $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a < b$. Ist $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ eine stetige Funktion, die auf (a,b) differenzierbar (mit Ableitung $f'(x)$) ist, so ist die **Länge** des zu f gehörenden Graphen $G_f = \{(x, f(x)) \mid x \in [a,b]\} \subset \mathbb{R}^2$ definiert durch

$$\int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2}\, dx.$$

Die folgende Funktion beschreibt den oberen Teil des Einheitskreises:

$$g\colon [-1,1] \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto \sqrt{1 - x^2}.$$

Verwenden Sie die Formel für die Länge des Graphen, um zu zeigen, dass der Umfang des Einheitskreises gleich 2π ist.

Hinweis: Berechnen Sie die Ableitung von $\arcsin(x)$.

Bitte geben Sie Ihre Lösungen bis **Montag, 22. Mai 2017, 14:00 Uhr** in dem Briefkasten im 1. Stock ab. Lösungen bitte immer auf einem separaten Blatt (nicht auf dem Angabenblatt) und mit Namen abgeben!