Dr. Mark Hamilton
Stefanie Motzokan
Serj Aristarkhov
Anne Froemel

Sommersemester 2017

Vorlesung: Mathematik für Naturwissenschaftler II
Übungsblatt 11

Aufgabe 1. Gegeben seien die beiden Teilmengen $\mathbb{E}$ und $\mathbb{G}$ von $\mathbb{R}^3$. Bestimmen Sie die Schnittmenge $\mathbb{P} := \mathbb{E} \cap \mathbb{G}$. Welche geometrische Bedeutung haben $\mathbb{P}, \mathbb{G}$ und $\mathbb{E}$?

$$\mathbb{E} := \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} : \lambda, \mu \in \mathbb{R} \right\} \text{ und } \mathbb{G} := \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ -1 \end{pmatrix} + \tau \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix} : \tau \in \mathbb{R} \right\}$$

Aufgabe 2. Geben Sie für jede Matrix (ggf. mit Begründung) an, welche der folgenden Eigenschaften von Matrizen sie erfüllen (auch mehrere sind möglich!):
symmetrisch, positiv/negativ definit, indefinit, singulär, regulär, Diagonalmatrix

$$A := \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B := \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}, \quad C := \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}, \quad D := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3. Gegeben seien die Matrizen

$$F := \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \text{ und } G := \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie jeweils zu $F, G \in \mathbb{R}^{2,2}$ das charakteristische Polynom, die Eigenwerte und zugehörige Eigenvektoren.

Aufgabe 4. Gegeben sei die Funktion

$$f \colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x \cdot y}{x^2 + y^2} & \text{falls } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{falls } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

(a) Zeigen Sie, dass für jedes feste x_0 und y_0 die Funktion $f(x_0, y)$ mit $y \in \mathbb{R}$ bzw. $f(x, y_0)$ mit $x \in \mathbb{R}$ stetig ist.

(b) Zeigen Sie, dass die Funktion $f(x,y)$ mit $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ in $(0,0)$ nicht stetig ist.

(c) Kann man die Funktion f für den Fall $(0,0)$ anders definieren, sodass sie in diesem Punkt stetig ist? Geben Sie eine neue Definition oder eine Begründung an!

Bitte geben Sie Ihre Lösungen bis **Montag, 24. Juli 2017, 14:00 Uhr** in dem **Briefkasten** im 1. Stock ab. Lösungen bitte immer auf einem separaten Blatt und mit Namen abgeben!