Dr. Mark Hamilton
Stefanie Motzokan
Serj Aristarkhov
Anne Froemel

Sommersemester 2017

Vorlesung: Mathematik für Naturwissenschaftler II

Übungsblatt 1

Aufgabe 1. Auf der Menge $\mathbb{R}$ der reellen Zahlen sind die reellen hyperbolischen Funktionen $\cosh(x)$ (Cosinus hyperbolicus) und $\sinh(x)$ (Sinus hyperbolicus) definiert durch

$$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \quad \sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}.$$

Wie man leicht nachrechnet, gilt $\cosh(x)^2 - \sinh(x)^2 = 1$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

(a) Zeigen Sie, dass $\sinh(x)$ streng monoton wachsend ist.

(b) Die Umkehrfunktion von $\sinh$ heißt Areasinus Hyperbolicus-Funktion; sie wird mit arsinh bezeichnet.

  (a) Berechnen Sie die erste Ableitung $\operatorname{arsinh}'(x)$.

  (b) Zeigen Sie, dass für alle $x \in \mathbb{R}^+$ gilt:

$$\operatorname{arsinh}(x) = \ln\left(x + \sqrt{1 + x^2}\right).$$

Aufgabe 2. Gegeben sei die Funktion

$$f\colon \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto \left(2x - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \sin^2(x) + \sin(x) \cdot \cos(x) - x + 2.$$

Berechnen Sie alle lokalen Maxima und Minima von f auf $\mathbb{R}^+$.
Hinweis: Die erste Ableitung von f hat die Form $u(x) \cdot v(x) \cdot w(x)$.

Aufgabe 3. Bestimmen Sie jeweils folgende Grenzwerte:

(a) $\lim_{x\to 0} \dfrac{\tan(x)}{x^3 + 4x}$

(b) $\lim_{x\to 0} \dfrac{4x^3 + 7x^2}{\frac{1}{2} \cdot \sin^2(x)}$

Bitte geben Sie Ihre Lösungen bis **Montag, 08. Mai 2017, 14:00 Uhr** in dem Briefkasten im 1. Stock ab. Lösungen bitte immer auf einem separaten Blatt (nicht auf dem Angabenblatt) und mit Namen abgeben!