Dr. Mark Hamilton
Stefanie Motzokan
Konstantinos Zacharis

Wintersemester 2016/17

Vorlesung: Mathematik für Naturwissenschaftler I
Übungsblatt 6

Aufgabe 1. Beweisen Sie für beliebige reelle Zahlen $b \neq 1$ die *geometrische Summenformel*:

$$\sum_{k=0}^{n-1} b^k = \frac{1-b^n}{1-b}.$$

Aufgabe 2. Beweisen Sie,

(a) einmal mit vollständiger Induktion

(b) und einmal direkt (mit der geometrischen Summenformel),

dass für jedes $n \in \mathbb{N}$ folgendes gilt:

$$\sum_{k=1}^{n} \left(2^{k+1} + 3^{k-1}\right) = \frac{1}{2} \cdot (2^{n+3} + 3^n - 9).$$

Aufgabe 3. Bestimmen und begründen Sie das Konvergenzverhalten folgender Folgen. Geben Sie bei konvergenten Folgen auch den Grenzwert an.

(a) $a_n = \frac{a}{3}$ für $a \in \mathbb{R}$

(b) $b_n = \frac{2}{n^3}$

(c) $c_n = \frac{5n}{5n+5}$

(d) $d_n = (-1)^n \cdot \frac{2}{(2n)^2}$

(e) $e_n = (-2)^n \cdot 2n$

(f) $f_n = \frac{5n^3-(n+3)^2}{(2n+1)^3-8}$

(g) $g_n = \frac{\sqrt{16n^8+3n^4-2}}{(2n^2+1)^2}$

Aufgabe 4.

(a) Die Folge $(y_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sei definiert durch

$$y_n := \begin{cases} 100^n & \text{falls } n < 10^{100}, \\ \frac{n^{12}}{5^n} & \text{falls } n \geq 10^{100} \text{ eine Quadratzahl ist,} \\ \frac{(-1)^n \cdot (n^2-3n+2)}{n^3} & \text{falls } n \geq 10^{100} \text{ keine Quadratzahl ist.} \end{cases}$$

Bestimmen Sie den Grenzwert der Folge. Begründen Sie Ihr Vorgehen.

(b) Es sei $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine beschränkte Folge und $(g_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Nullfolge. Zeigen Sie, dass die Produktfolge $(f_n \cdot g_n)_{n\in N}$ eine Nullfolge ist.

Bitte geben Sie Ihre Lösungen bis **Mittwoch, 30. November 2016, 12:00 Uhr** in dem Briefkasten im 1. Stock ab. Lösungen bitte immer auf einem separaten Blatt (nicht auf dem Angabenblatt) und mit Namen abgeben!