



Dr. Mark Hamilton
Stefanie Motzokan
Kostas Zacharis

Wintersemester 2016/17

Vorlesung: Mathematik für Naturwissenschaftler I Übungsblatt 2

Aufgabe 1. Entscheiden Sie, ob die folgenden Abbildungen injektiv bzw. surjektiv bzw. bijektiv sind, bitte mit Begründung.

(a) $f: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto x.$

(b) $g: \mathcal{P}(X) \rightarrow \mathcal{P}(X), A \mapsto A \cap Y,$ wobei $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ und $Y = \{1, 2, 3\}$ ist.

Aufgabe 2.

(a) Beweisen oder widerlegen Sie, dass für beliebige Mengen X und Y gilt:

$$\mathcal{P}(X \cup Y) = \mathcal{P}(X) \cup \mathcal{P}(Y).$$

(b) Gegeben seien die folgenden, jeweils injektiven Abbildungen $f: X \rightarrow Y$. Bestimmen Sie das Bild $f(X)$ und die Funktionsvorschrift für die Umkehrabbildung $f^{-1}: f(X) \rightarrow X$.

(i) $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}, x \mapsto 9x - 2$

(ii) $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, x \mapsto 3x + 6$

(iii) $f: \mathbb{Z} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{Z}, x \mapsto \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$

Aufgabe 3. Beurteilen Sie die folgende Aussage und deren Beweis.

Die Zahl 4 ist die einzige Lösung der Gleichung $2\sqrt{x} - 11 = (1 + \sqrt{x})^2 - x.$

Beweis. Ausrechnen der Klammer auf der rechten Seite ergibt die Gleichung $2\sqrt{x} - 11 = 1 + 2\sqrt{x}.$ Addition von 1 auf beiden Seiten liefert $2\sqrt{x} - 10 = 2 + 2\sqrt{x}.$ Division durch 2 auf beiden Seiten liefert $\sqrt{x} - 5 = 1 + \sqrt{x}.$ Quadrieren beider Seiten liefert $x - 10\sqrt{x} + 25 = 1 + 2\sqrt{x} + x.$ Addition von $10\sqrt{x} - x - 1$ auf beiden Seiten ergibt $24 = 12\sqrt{x}.$ Division durch 12 liefert $\sqrt{x} = 2.$ Quadrieren ergibt $x = 4,$ und damit ist alles bewiesen. \square

Bitte geben Sie Ihre Lösungen bis **Mittwoch, 2. November 2016, 12:00 Uhr** in dem Briefkasten im 1. Stock ab.