Dr. Mark Hamilton
Stefanie Motzokan
Konstantinos Zacharis

Wintersemester 2016/17

Vorlesung: Mathematik für Naturwissenschaftler I
Übungsblatt 10

Aufgabe 1. Beurteilen Sie, ob die zu f_n gehörende Reihe $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f_n$ konvergiert oder divergiert.

(a) $f_n = (-1)^n \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{n}{2}} \cdot \left(1 + \frac{1}{2n}\right)^{n^2}$

(b) $f_n = \frac{1}{\sqrt{n^6 + \alpha n^3 + \beta n + \gamma}}$ mit $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}_0^+$.

Aufgabe 2. Man kann die folgende Formel beweisen:

$$\lim_{n\to\infty}\left(\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\right) = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}$$

Man kann sogar zeigen, dass

$$\lim_{n\to\infty}\left(\left(1+\frac{a}{n}\right)^n\right) = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{a^n}{n!} \text{ für jedes } a \in \mathbb{R}_0^+.$$

gilt. Dies müssen Sie aber nicht beweisen. Sie sollen es vielmehr verwenden, um den Grenzwert der folgenden Reihe zu berechnen:

$$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{3^{n+2}\cdot(n+1)!}.$$

Aufgabe 3. Zu jeder Zahl α aus der Menge

$$\left\{1, \frac{16}{10}, \frac{164}{100}, \frac{1648}{1000}, \frac{1649}{1000}, \frac{165}{100}, \frac{17}{10}, 2\right\}$$

sei die Folge $f^{[\alpha]}$ definiert durch

$$f_n^{[\alpha]} = \alpha^n \cdot \sqrt{\frac{n!}{n^n}}.$$

Finden Sie heraus, für welche der angegebenen Werte von α die zu $f^{[\alpha]}$ gehörende Reihe $\sum\limits_{n=0}^{\infty} f_n^{[\alpha]}$ konvergiert bzw. divergiert.

Bitte geben Sie Ihre Lösungen bis **Mittwoch, 11. Januar 2017, 12:00 Uhr** in dem Briefkasten im 1. Stock ab. Lösungen bitte immer auf einem separaten Blatt (nicht auf dem Angabenblatt) und mit Namen abgeben!