

**Aufgabe H19T3A1** (12 Punkte)

Seien  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ . Zeigen Sie:

- (a)  $\text{ggT}(a, bc)$  teilt das Produkt  $\text{ggT}(a, b) \cdot \text{ggT}(a, c)$ .
- (b)  $\text{ggT}(a, bc)$  kann verschieden sein von  $\text{ggT}(a, b) \cdot \text{ggT}(a, c)$ .
- (c)  $\text{ggT}(a, bc) = \text{ggT}(a, b) \cdot \text{ggT}(a, c)$ , falls  $b$  und  $c$  teilerfremd sind.

*Hinweis/Kommentar:*

Hier bietet es sich an, mit der eindeutigen Primfaktorzerlegung in faktoriellen Ringen zu arbeiten, denn mit Hilfe dieser Zerlegung lässt sich der  $\text{ggT}$  zweier Ringelemente einfach beschreiben.