

Aufgabe H19T2A3 (12 Punkte)

Seien $a \in \mathbb{Q}$, $\beta \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $i = \sqrt{-1}$ und $\gamma = a + \beta i$ algebraisch über \mathbb{Q} . Man zeige, dass $[\mathbb{Q}(\gamma) : \mathbb{Q}]$ gerade ist.

Hinweis/Kommentar:

Zeigen Sie zunächst, dass $\mathbb{Q}(\beta^2)$ ein Zwischenkörper von $\mathbb{Q}(\gamma)|\mathbb{Q}$ ist. Bestimmen Sie dann den Erweiterungsgrad $[\mathbb{Q}(\gamma) : \mathbb{Q}(\beta^2)]$.