

Aufgabe H19T1A1 (12 Punkte)

- (a) Finden Sie alle rationalen Nullstellen des Polynoms $x^3 - 2x + 1 \in \mathbb{Q}[x]$.
- (b) Zeigen Sie, dass das Polynom $x^5 + 18x^2 - 15 \in \mathbb{Q}[x]$ irreduzibel ist.
- (c) Man zeige $1 + \sqrt{2} \in \mathbb{Q}(\sqrt{2} + \sqrt{3})$.
- (d) Finden Sie i und k , so dass die Permutation

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 1 & 2 & 7 & 4 & i & 5 & 6 & k & 9 \end{pmatrix} \quad \text{gerade ist.}$$

Hinweis/Kommentar:

In Teil (a) und (b) sind häufig vorkommende Fragen zum Thema Nullstellen und Irreduzibilitätskriterien und leicht zu beantworten, und (c) ist eine elementare Rechnung. Bei (d) ist zu berücksichtigen, dass Permutationen bijektiv sind. Damit ist von Anfang an klar, dass es für das Paar (i, k) nur zwei Möglichkeiten gibt (welche?).