

Aufgabe F20T3A3

Sei p eine Primzahl, \mathbb{F}_p der Körper mit p Elementen und $V = \mathbb{F}_p^n$ für $n \in \mathbb{N}$. Weiter sei $G \leq \text{GL}_n(\mathbb{F}_p)$ eine Gruppe, deren Ordnung eine Potenz von p ist. Man zeige, dass es einen Vektor $0 \neq v \in \mathbb{F}_p^n$ gibt mit $gv = v$ für alle $g \in G$.

(Hinweis: $|V \setminus \{0\}|$ ist nicht durch p teilbar.)

Hinweis / Kommentar:

Dies ist eine typische Anwendung der Bahngleichung, die in ähnlicher Form schon früher als Aufgabe gestellt wurde. Die Lösung ähnelt auch dem Beweis des Satzes aus der Vorlesung, dass p -Gruppen auflösbar sind.