Aufgabe F20T3A1

Seien G und G' Gruppen und $f : G \to G'$ ein Gruppenhomomorphismus.

(a) Definieren Sie den Begriff *Normalteiler*.

(b) Sei K der Kern von f, und sei $H \subseteq G$ eine Untergruppe. Zeigen Sie, dass

$$f^{-1}(f(H)) = HK = \{hk \mid h \in H, k \in K\} \qquad \text{ist.}$$

(c) Sei G eine Gruppe, und seien H und K Normalteiler in G mit der Eigenschaft $H \cap K = \{e_G\}$. Zeigen Sie, dass $kh = hk$ gilt für alle $h \in H$ und $k \in K$.

(d) Geben Sie ein Beispiel (U, G) mit einer Gruppe G und einer Untergruppe U von G, die kein Normalteiler ist.

Hinweis / Kommentar:

Teil (a) und (d) sollten unproblematisch sein, und die Beweise in Teil (b) und (c) sind aus der Vorlesung bekannt.