

Aufgabe F20T1A4

Sei $\zeta \in \mathbb{C}$ eine primitive elfte Einheitswurzel und $K = \mathbb{Q}(\zeta)$.

- (a) Zeigen Sie: K ist der Zerfällungskörper von $x^{11} - 1$ über \mathbb{Q} . Geben Sie den Isomorphietyp der Galois-Gruppe von $\text{Gal}(K|\mathbb{Q})$ an.
- (b) Zeigen Sie: Es gibt eine galoissche Körpererweiterung $\mathbb{Q} \subseteq L$ mit $[L : \mathbb{Q}] = 5$.

Hinweis/Kommentar:

Der erste Teil von (a) nicht Routine (Überprüfung der Definition eines Zerfällungskörpers), und die Galois-Gruppen von Kreisteilungserweiterungen sind aus der Vorlesung bekannt. Teil (b) ist eine leichte Anwendung des Hauptsatzes der Galois-Theorie auf die Galois-Gruppe $\text{Gal}(K|\mathbb{Q})$.