

Aufgabe F20T1A3

- (a) Geben Sie die Definition einer *auflösbaren Gruppe* an.
- (b) Zeigen Sie: Jede Gruppe der Ordnung 2020 ist auflösbar.
- (c) Geben Sie zwei nicht-isomorphe abelsche und zwei nicht-isomorphe nicht-abelsche Gruppen der Ordnung 2020 an (mit Begründung).

Hinweis/Kommentar:

Teil (a) sollte kein Problem sein. Bei Teil (b) verwenden Sie das bekannte Kriterium für Auflösbarkeit in Verbindung mit den Sylowsätzen. Man muss in zwei Schritten vorgehen und zunächst (ebenfalls mit den Sylowsätzen) zeigen, dass alle Gruppen der Ordnung 20 auflösbar sind; jedenfalls habe ich selbst keinen schnelleren Weg gefunden.

Nun zu Teil (c). Wie man zwei abelsche, nicht zueinander isomorphe Gruppen einer bestimmten Ordnung findet, sollte bekannt sein. Bei den nicht-abelschen Gruppen gerader Ordnung kann man immer auf die Diedergruppen zurückgreifen; außerdem ist die Konstruktion eines äußeren semidirekten Produkts möglich. Um sicherzustellen, dass die nicht-abelschen Gruppen nicht zueinander isomorph sind, suchen Sie sich eine Elementordnung d , die in der Diedergruppe nicht vorkommt, und konstruieren Sie das äußere semidirekte Produkt so, dass es ein Element der Ordnung d enthält.