

Aufgabe F16T3A4 (11 Punkte)

Sei R ein Integritätsbereich und $I \subseteq R$ ein Primideal, so dass der Index $[R : I]$ der additiven Gruppen endlich ist. Zeigen Sie, dass I ein maximales Ideal von R ist.

Lösung:

Weil I ein Primideal ist, handelt es sich bei R/I um einen Integritätsbereich, und wegen $[R : I] < \infty$ ist dieser endlich. Laut Vorlesung ist jeder endliche Integritätsbereich ein Körper, also auch R/I . Daraus wiederum folgt, dass I ein maximales Ideal von R ist.