

Dr. Ralf Gerkmann

Orientierungsphase zum gymnasialen Lehramtsstudium Mathematik

- fachwissenschaftlicher Teil -



Gliederung des Vortrags

- Aufbau des Studiums laut Studienordnung (Lehrveranstaltungen und Prüfungen)
- Einzelheiten zu Gestaltung und Ablauf
- Überblick zum Inhalt des fachwissenschaftlichen Teils
- „Tipps und Tricks“

Aufbau des Studiums

Änderungen in der Studienordnung seit dem Wintersemester 2021-22

- **Stärkung der Fachmathematik zur Verbesserung der Vorbereitung auf das Staatsexamen durch**
 - größeren zeitlichen Umfang der Einführungsveranstaltungen
 - Ausbau der Algebra und der Analysis
 - höheren Anteil von Bachelor-Vorlesungen
- **Verbesserungen in der Fachdidaktik durch**
 - mehr Wahlmöglichkeiten bei den Seminaren und im Freien Bereich
 - früher Praxisbezug (durch Praktika)
 - späterer Beginn der Didaktik-Ausbildung (erst ab dem 3. Semester, damit eine hinreichende fachwissenschaftliche Grundlage gewährleistet ist)

Aufbau des Studiums

1. Sem.	Analysis und Lineare Algebra I (6 V + 2 Ü)	
2. Sem.	Analysis und Lineare Algebra II (6 V + 2 Ü)	
3. Sem.	Mehrdimensionale Analysis (4 V + 2 Ü)	Grundlagen der Mathematikdidaktik (2 V + 1 P)
4. Sem.	Funktionentheorie (4 V + 2 Ü)	Grundlagen der Mathematikdidaktik (Forts) (2 V)

(V = Vorlesung, Ü = Übung, P = Praktikum, S = Seminar)

Aufbau des Studiums

5. Sem.	Algebra und Zahlentheorie (6 V + 2 Ü)	
6. Sem.	Algebra und Zahlentheorie (2 V + 1 Ü)	Gewöhnliche Differentialgleichungen (4 V + 2 Ü)
7. Sem.	Angewandte Mathematik (4 V + 2 Ü)	Vertiefung der Mathematikdidaktik (2 V <i>oder</i> 2 S)
8. Sem.	Geometrie (4 V + 2 Ü)	Vertiefung der Mathe- matikdidaktik (Forts.) (2 V <i>oder</i> 2 S)
9. Sem.	Stochastik für Lehramtsstudierende (4 V + 2 Ü)	freier Bereich

(V = Vorlesung, Ü = Übung, P = Praktikum, S = Seminar)

Gestaltung und Ablauf (Fachstudium)

Eine Lerneinheit (Modul) des Fachstudiums setzt sich in der Regel aus folgenden Elementen zusammen:

- Vorlesung (4 oder 6 Stunden pro Woche)
- Tutorien (2 Stunden pro Woche)
- Globalübung (2 Stunden pro Woche)

Gestaltung und Ablauf (Fachstudium)

- Vermittlung neuer fachlicher Inhalte in den **Vorlesungen**
(hauptsächlich durch Tafelvortrag, vereinzelt auch durch Beamer-Präsentation)
- Unterschiede zwischen Schulmathematik und wissenschaftlicher (universitärer) Mathematik:
 - mehr Teilgebiete, weitaus größerer inhaltlicher Umfang
(mehrdimensionale Analysis, kontinuierliche Wahrscheinlichkeitsräume, algebraische Strukturen, Differentialgleichungen...)
 - stärkeres Gewicht auf Bedeutung und allgemeine Konzepte gegenüber reinen Rechenverfahren
 - strukturierter, hierarchischer Aufbau
(von einfachen Grundlagen und -begriffen hin zu anspruchsvollen Resultaten)
 - präzise, logische Argumentation erforderlich
(Eine anschaulich-intuitive Argumentation ist zwar hilfreich für das Verständnis, hat aber keine Beweiskraft.)

Gestaltung und Ablauf (Fachstudium)

- selbstständiges Erarbeiten des Vorlesungsstoffs in den wöchentlich stattfindenden **Tutorien** (durch Gruppenarbeit und / oder das Vorrechnen von Übungsaufgaben durch einzelne Teilnehmer oder Teams)
- Leitung in der Regel durch Studierende höherer Semester
- Ziele der Tutoriumsarbeit:
 - Verinnerlichung und Reflexion der Begriffe und Konzepte aus der Vorlesung
 - Erlernung des Umgangs mit mathematischer Notation, Erwerb der notwendigen Routine bei der Verwendung von Beweis- und Rechentechniken
 - Erkennung des Unterschieds zwischen intuitiv-anschaulicher und streng formal-logischer Argumentation

Gestaltung und Ablauf (Fachstudium)

- Jede Woche werden Übungsaufgaben zur eigenständigen schriftlichen Bearbeitung gestellt.
- Diese werden dann nach Ablauf der Bearbeitungsfrist in der **Globalübung** vom Dozenten oder vom Assistenten der Vorlesung besprochen.
- In den ersten beiden Semestern ist die regelmäßige Bearbeitung der Übungsaufgaben für alle Teilnehmer **Pflicht** (Bestehung eines „Übungsmoduls“ erforderlich).
- In den höheren Semestern ist die Bearbeitung formal freigestellt, wird aber **dringend empfohlen**.

Prüfungen (Fachstudium)

- **wichtig:** Die einzige zuverlässige Quelle bei Fragen zu Prüfungsangelegenheiten ist das Prüfungsamt:

<https://www.pani.pa.uni-muenchen.de>

Verlassen Sie sich bei diesem wichtigen Thema nicht auf „Hörensagen“ seitens Ihrer Kommilitonen oder anderer Studierender.

- Die **Klausuren** im Fachstudium Mathematik dauern in der Regel 90-180 Minuten (bei mir 120 Minuten). Eine Aufteilung in Teilklausuren ist möglich (im 1. Semester üblich).
- Die zugelassenen **Hilfsmittel** können je nach Dozent variieren (Taschenrechner, DIN A4-Blatt mit Notizen, möglicherweise auch nur ein Kugelschreiber).

Prüfungen (Fachstudium)

- Für die Klausuren in den **höheren Semestern (!)** ist die Anzahl der Versuche nur durch die **Höchststudiendauer** beschränkt.
- Pro Jahr gibt es **zwei Möglichkeiten**, die Klausur zu einem Modul zu bestehen (Hauptklausur und Nachholklausur). In der Fachmathematik findet die **Hauptklausur** meistens am Ende der Vorlesungszeit, die **Nachholklausur** am Ende der darauffolgenden vorlesungsfreien Zeit statt.
- Besteht man Haupt- und Nachholklausur beide nicht, gibt es die nächste Möglichkeit also erst **knapp ein Jahr später**.

wichtig: eingeschränkte Wiederholbarkeit

- Die Klausur zur „Analysis und Linearen Algebra I“ (Modul P1) muss im 1. Fachsemester angetreten und darf regulär nur **einmal** wiederholt werden, und zwar spätestens am Haupttermin des 3. Fachsemesters. Durch Nutzung des sog. **freien Prüfungsversuchs** kann die Wiederholbarkeit bei Nichtbestehen auf zwei Wiederholungsversuche erhöht werden.
- Den Anspruch auf einen Freiversuch erwerben Sie, indem Sie zum ersten regulären Termin, in Ihrem Fall zum Hauptklausurtermin im Wintersemester 2026-27, antreten (sich also nicht nur anmelden, sondern tatsächlich zur Klausur erscheinen). Sie haben dann insgesamt **drei Möglichkeiten**, die Klausur zu bestehen: die Hauptklausur im WiSe 2026-27, die unmittelbar darauf folgende Nachholklausur (Ende WiSe 26-27 oder Anfang SoSe 27) und die Hauptklausur im Wintersemester 2027-28

wichtig: eingeschränkte Wiederholbarkeit

- Es ist **nicht** möglich, diese drei Möglichkeiten durch Nichtanmeldung zur Vorlesung oder zur Prüfung, oder durch Fernbleiben, zeitlich nach hinten zu verschieben. Dies würde nur dazu führen, dass die Möglichkeit des dritten Prüfungsversuchs **verfällt**.
- Wenn Sie dem Hauptklausurtermin im WiSe 26-27 fernbleiben, verlieren Sie Ihren Anspruch auf den Freiversuch. Sie hätten dann nur **eine einzige Möglichkeit**, den Modul P1 zu bestehen, nämlich **entweder** den Nachholtermin Ende WiSe 26-27 oder Anfang SoSe 27 oder spätestens den Hauptklausurtermin im WiSe 27-28. Bestehen Sie dann nicht, ist der Modul endgültig nicht bestanden und Ihr Studium im Fach Mathematik beendet.

wichtig: eingeschränkte Wiederholbarkeit

- Eine analoge Regelung gilt für die „Analysis und Lineare Algebra II“ (Modul P3), nur mit dem Unterschied, dass Sie diese erstmals im 2. Fachsemester antreten müssen.
- Bei Nutzung der Freiversuchsregelung gibt auch hier genau drei Möglichkeiten, den Modul zu bestehen: die Hauptklausur im SoSe 27, die unmittelbar darauf folgende Nachholklausur (Ende SoSe 27 oder Anfang WiSe 27-28) und die Hauptklausur im SoSe 28.
- Auch hier ist eine zeitliches Verschieben der Möglichkeiten durch Nichtanmeldung oder Fernbleiben grundsätzlich **ausgeschlossen**.

1. Staatsprüfung (Fachstudium)

- Der fachwissenschaftliche Teil des **Schriftlichen Staats-examen** besteht aus zwei Klausuren (Analysis und Algebra).
- Die Bearbeitungszeit beträgt jeweils **4 Stunden**.
- Die Klausur ist unterteilt in **drei Aufgabengruppen** („Themen“) bestehend aus in der Regel jeweils 5 Aufgaben. Zu Beginn der Klausur muss man sich für ein Thema zur Bearbeitung entscheiden.
- Bestanden ist die Klausur in der Regel (mit mindestens der Note „ausreichend“), wenn etwas **mehr als ein Drittel** der Punkte erreicht wurden.

Informationen zu Prüfungen im WWW

- **Prüfungsamt:**
<https://www.pani.pa.uni-muenchen.de>
- **aktuelle Prüfungsordnung von 2021**
https://www.math.lmu.de/studium/lehramtsstudium/allgemein/la_allg.html
- **allgemeine Bestimmungen für die Erste Lehramtsprüfung**
https://www.gesetze-bayern.de/Content/Document/BayLPO_I-G
(Regelungen zur Mathematik in Kapitel 2, § 73)
- **Präsentationsfolien auf meiner Homepage**
<https://www.math.lmu.de/~gerkmann/>

wissenschaftliche Mathematik im Lehramtsstudium - wozu ?

Warum beschränkt sich der fachwissenschaftliche Teil des Studiums nicht auf die Inhalte der Schulmathematik??

- Eine wichtige Aufgabe des Schulunterrichts besteht darin, die Schüler an wissenschaftliche Denk- und Arbeitsweise heranzuführen. Dies kann nur von Personen geleistet werden, die ihr jeweiliges Fach **als Wissenschaft** kennengelernt haben.
- Der Schulstoff wurde nicht so ausgewählt, weil er die Wissenschaft Mathematik in ihrer ganzen Breite besonders gut repräsentiert. Statt dessen ist die Auswahl in weiten Teilen Überlegungen zur **Verwendbarkeit und Machbarkeit** geschuldet.
- Viele interessante und wissenschaftlich extrem bedeutsame Entwicklungen werden deshalb im Schulunterricht nicht behandelt.

wissenschaftliche Mathematik im Lehramtsstudium - wozu ?

Im Fachstudium gehen wir den Inhalten der Schulmathematik „auf den Grund“. Nach dem Studium werden Sie genau wissen, z.B.

- warum „Minus mal Minus gleich Plus“ gilt
- warum man durch Null nicht teilen darf
- warum die Zahl 0,999... mit der Zahl 1 übereinstimmt
- warum Quadrieren keine Äquivalenzumformung ist
- warum die Bedingungen $f'(x) = 0$, $f''(x) < 0$ ein relatives Maximum („Hochpunkt“) liefern
- was es genau bedeutet, dass der Zahlenstrahl „keine Lücken“ besitzt (Stichwort „Vollständigkeit“ der reellen Zahlen)

Nach dem Studium sollten Sie für jede noch so abwegige Schülerfrage bestens gerüstet sein!



wissenschaftliche Mathematik im Lehramtsstudium - wozu ?

wichtiger noch:

Schüler werden im Mathematikunterricht zunehmend dazu angehalten, **eigene Erklärungen und Lösungsansätze** zu entwickeln, anstatt lediglich fest vorgegebene Rechenverfahren durchzuführen. Ihr Wissen aus dem Fachstudium trägt wesentlich dazu bei, dass Sie sicher beurteilen können, ob die Ansätze der Schüler **sinnvoll, korrekt und zielführend** sind.

Inhaltlicher Überblick - Analysis

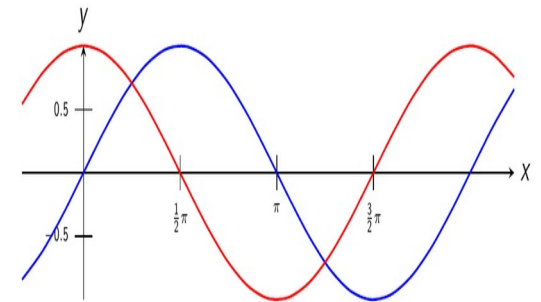
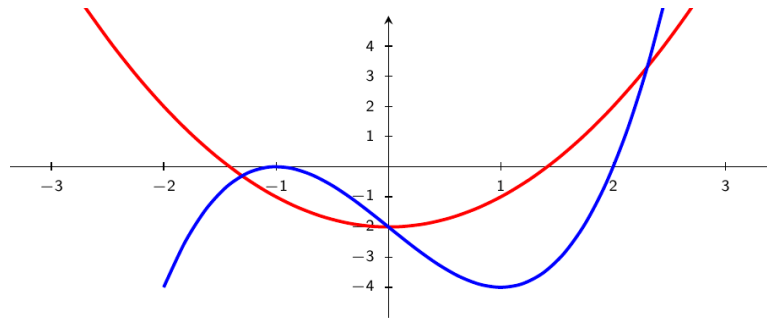
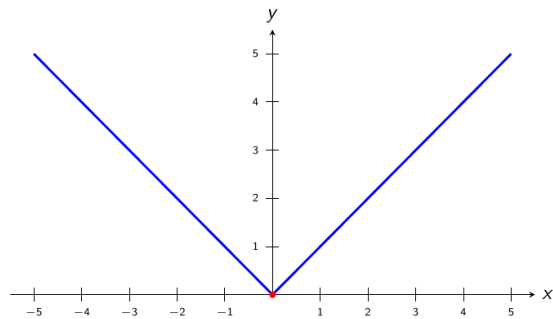
- Grundlagen: mathematische Notation, Logik und Mengenlehre
- Eigenschaften der reellen Zahlen
(Körper-eigenschaft, Anordnung, Vollständigkeit)
- Konvergenzbegriff, Cauchy-Folgen
- unendliche Summen

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots = +\infty$$

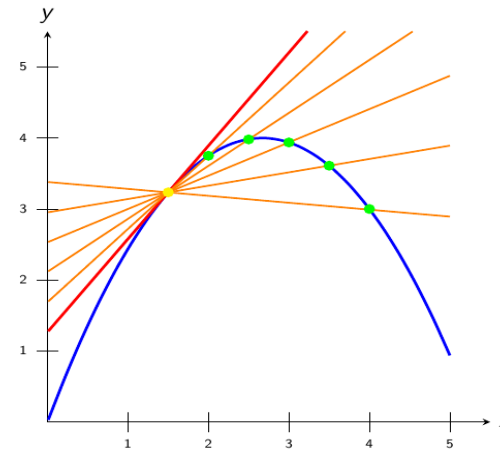
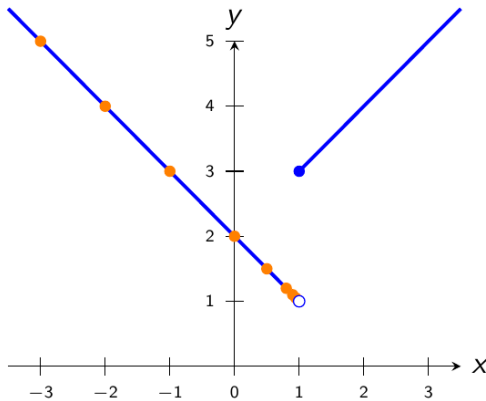
$$\sum_{n=0}^{\infty} 2^{-n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = 2$$

Inhaltlicher Überblick - Analysis

➤ wichtige Beispiele für Funktionen

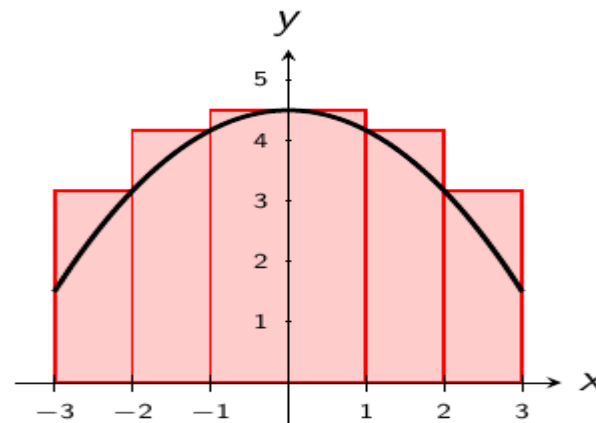
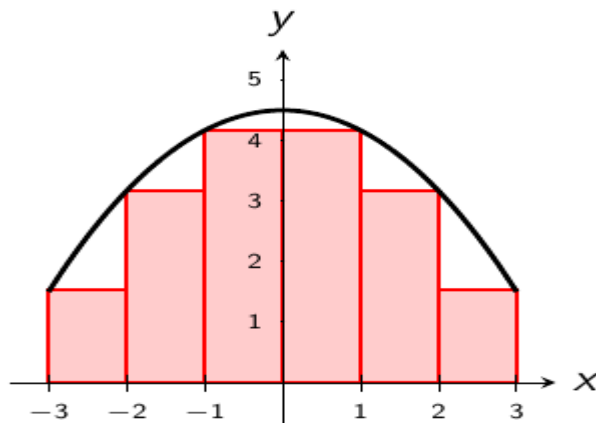
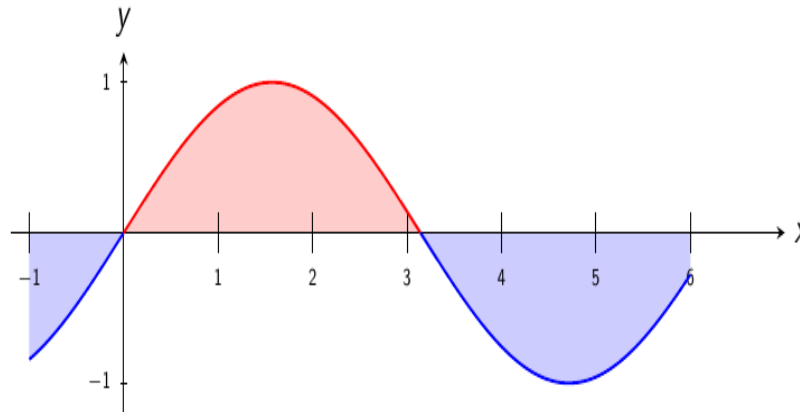


➤ Stetigkeit und Differenzierbarkeit



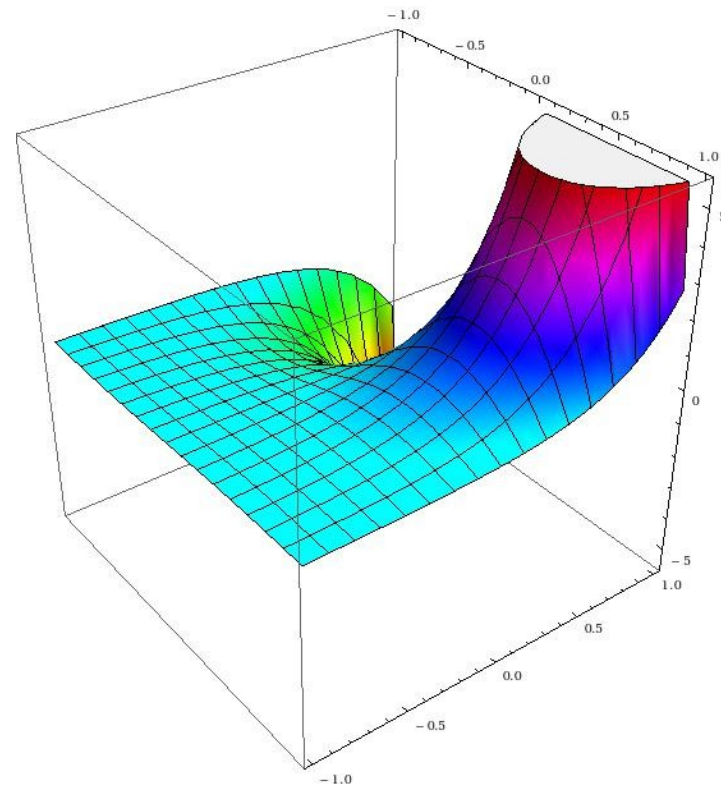
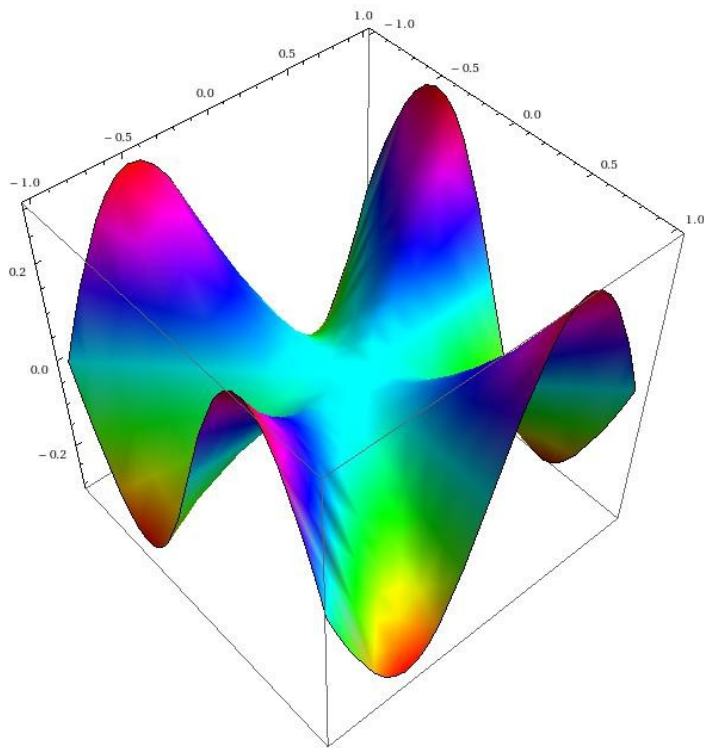
Inhaltlicher Überblick - Analysis

- Definition des Integralbegriffs, Zusammenhang zwischen Integral- und Differentialrechnung



Inhaltlicher Überblick - Analysis

- in nachfolgenden Semestern:
Verallgemeinerung dieser Konzepte auf höhere Dimension

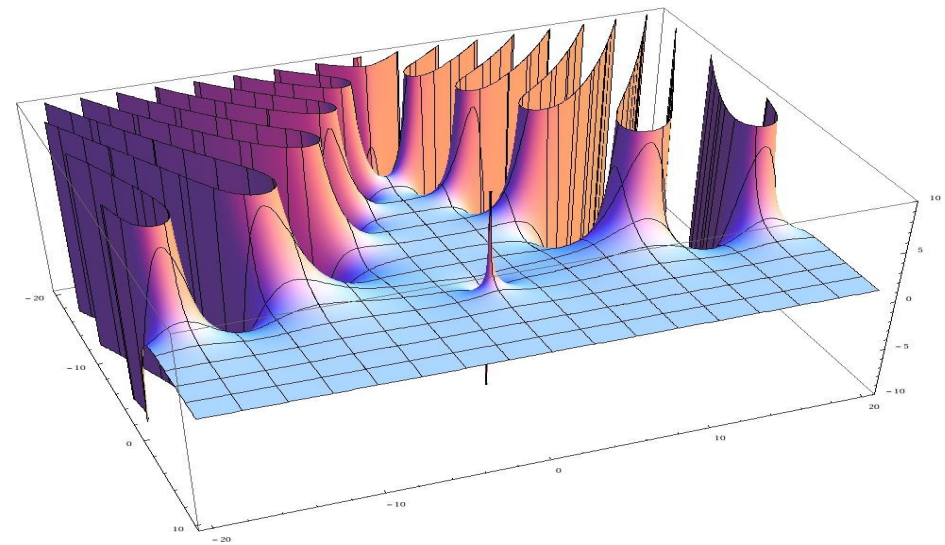
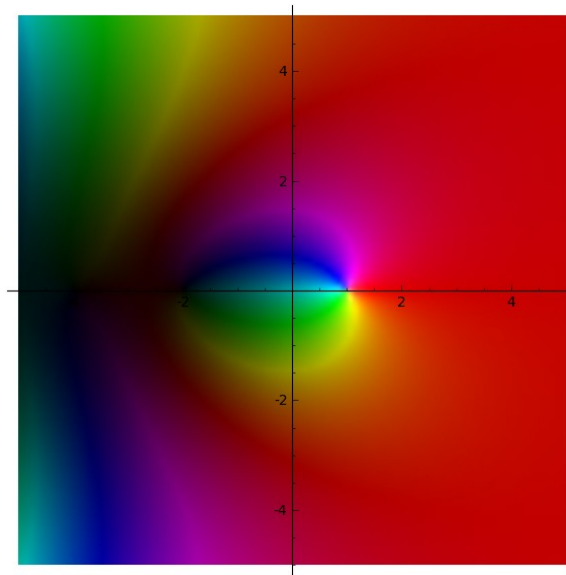
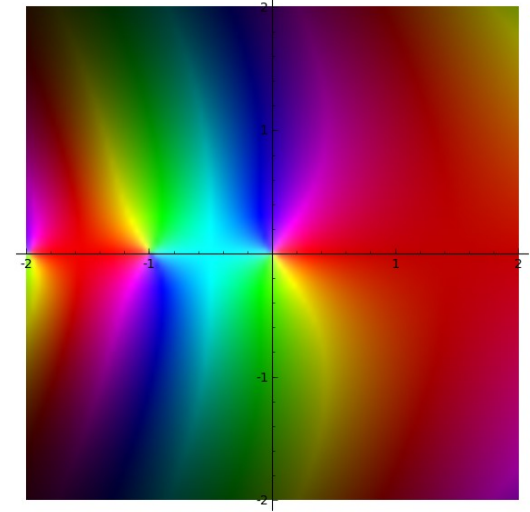
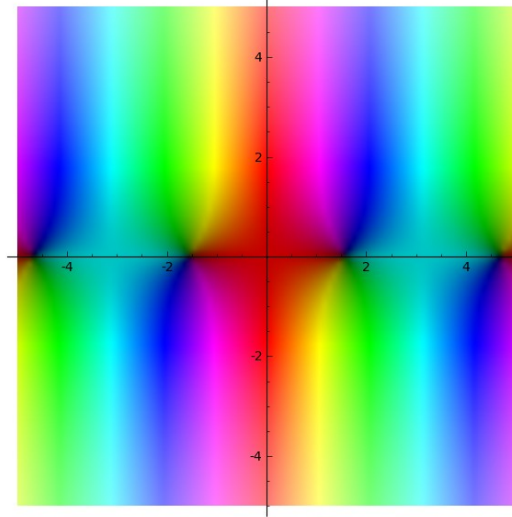
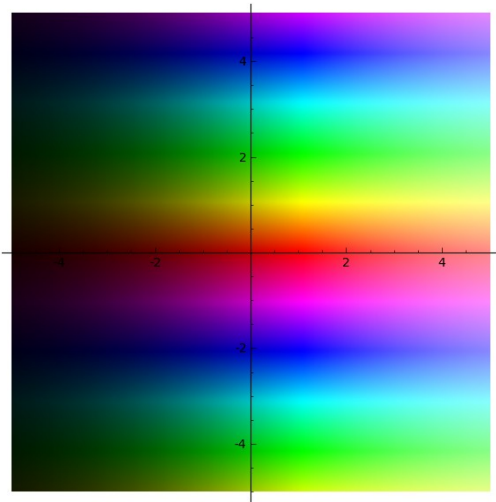


Inhaltlicher Überblick - Funktionentheorie

- Thema:
Untersuchung komplex-differenzierbarer Funktionen
- Motivation:
Die Funktionentheorie hat in der historischen Entwicklung der Analysis immer eine wichtige Rolle gespielt.

Viele wichtige Funktionen sind auf den komplexen Zahlen definiert und dort komplex differenzierbar (Exponential- und Logarithmusfunktionen, trigonometrische Funktionen).

Inhaltlicher Überblick - Funktionentheorie



Inhaltlicher Überblick - Lineare Algebra

- Erlernung des Matrizenkalküls, unter anderem zur Lösung linearer Gleichungssysteme
- erster Kontakt mit algebraischen Grundstrukturen (Gruppen, Körper, Vektorräume)
- geometrische Konzepte (Symmetrieoperationen wie z.B. Drehungen und Spiegelungen, lineare und affine Unterräume, Abstände und Winkel)
- Dimensionsbegriff, Dimensionssätze
- Umrechnung zwischen Koordinatensystemen
- weitere Themen: Determinanten, Eigenwerte

inhaltlicher Überblick - Stochastik

- formale Definition von Wahrscheinlichkeitsräumen zur Modellierung von Wahrscheinlichkeitsexperimenten
(diskrete und kontinuierliche Wahrscheinlichkeitsverteilungen)
- kombinatorische Grundlagen
(Abzählung von Mengen)
- bedingte Wahrscheinlichkeiten, Unabhängigkeitsbegriff
- Gesetz der großen Zahlen, zentraler Grenzwertsatz
- Hypothesentests

inhaltlicher Überblick - Algebra und Zahlentheorie

- **Untersuchung wichtiger algebraischer Grundstrukturen (Gruppen, Ringe und Körper)**
(Welche Beispiele für solche Strukturen treten in der Mathematik auf? Welche Merkmale haben diese Strukturen? Wie lassen sie sich die Merkmale in konkreten Situationen explizit bestimmen?)
- **Klassifikation der Strukturen**
(Lassen sich die Strukturen möglichst einfach und einheitlich beschreiben, oder zumindest vollständig aufzählen?)
- **Anwendung auf zahlentheoretische Probleme (z.B. in der Kongruenzrechnung)**
- **weitere Anwendung: Lösung algebraischer Gleichungen**
(Verallgemeinerung der „Mitternachtsformel“)

„Tipps und Tricks“

Wie kommt man erfolgreich und weitgehend stressfrei durchs Studium?

- **regelmäßiges, über das Semester gleichmäßig verteiltes und beständiges Arbeiten**

(Am besten schneiden nicht die Teilnehmer ab, die zu Beginn die meisten Übungspunkte holen, sondern diejenigen, die bis zum Ende des Semesters „durchhalten“.)

- **regelmäßiges Nacharbeiten des Vorlesungsstoffs und Einprägen der neuen Begriffe und Sätze**

(Mathematik ist hier in erster Linie ein **Lernfach**!)

- **Vorbereitung der Tutoriumsbesuche**

(Wiederholen Sie bereits vorher den relevanten Vorlesungsstoff. Machen Sie sich schon im Vorfeld Gedanken über mögliche Lösungsansätze, damit Sie die Tutoriumszeit optimal nutzen können.)

„Tipps und Tricks“

- **möglichst eigen- und vollständige schriftliche Bearbeitung der Übungsblätter**
(Bearbeiten Sie jeweils **alle** Aufgaben des Übungsblatts, gerade auch die, bei denen Sie sich extrem unsicher fühlen. Formulieren Sie die Lösung möglichst **eigenständig**, ohne sich zu sehr an festen Schemata zu orientieren. Hinterfragen Sie kritisch die **Notwendigkeit** jedes einzelnen Lösungsschritt. Sie sollten erst zufrieden sein, wenn Ihnen die Lösung der Aufgabe **einfach und naheliegend** erscheint.)
- **selbstständiges Erkennen von Verständnislücken**
(Und zögern Sie nicht, sich bei der Behebung vom Dozenten und den Tutoren helfen zu lassen. Eine gelungene Lehrveranstaltung „lebt“ von den Fragen und der Diskussion mit den Teilnehmern.)
- **Aufgeschlossenheit für neue Konzepte und Methoden**
(Richten Sie Ihre Aufmerksamkeit von Anfang an gerade auf die Konzepte, die Ihnen von der Schulmathematik her **unbekannt** sind.)