

Einführung in die Zahlentheorie, Übungsblatt 10

Aufgabe 37

Man bestimme alle Lösungen der Kongruenz

$$x^2 + 6x + 5 \equiv 0 \pmod{63}.$$

Aufgabe 38

Man zeige: Für eine ungerade Zahl a und $k \geq 3$ ist die Kongruenz

$$x^2 \equiv a \pmod{2^k}$$

genau dann lösbar, wenn $a \equiv 1 \pmod{8}$.

Aufgabe 39

Sei $M := 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 = 55440$. Man berechne $\varphi(M)$.

Wieviele Quadrate gibt es in \mathbb{Z}/M , wieviele in $(\mathbb{Z}/M)^*$?

Aufgabe 40

a) Man zeige: Das Legendre-Symbol $\left(\frac{3}{p}\right)$ hängt nur von $p \pmod{12}$, das Legendre-Symbol $\left(\frac{-3}{p}\right)$ nur von $p \pmod{6}$ ab.

b) Welche Gestalt haben die Primzahlen $p \geq 5$, für die 3 bzw. -3 quadratischer Rest modulo p ist?

Dieses Übungsblatt wird nicht korrigiert.

Es wird in der Übungsstunde am Mittwoch, den 7. Juli 2004, besprochen.