



Prof. Dr. H.-D. Donder  
Parmenides García Cornejo, Andreas Fackler

Wintersemester 2010/2011  
9. Dezember 2010

## Maßtheorie und Integralrechnung mehrerer Variablen Tutorium 8

**Aufgabe 1:** Bestimmen Sie die Fläche, die der folgende Abschnitt einer logarithmischen Spirale mit der  $x$ -Achse einschließt:

$$f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}^2, f(t) = (e^t \cos(t), e^t \sin(t))$$

**Aufgabe 2:** Bestimmen Sie das folgende Integral mit Hilfe partieller Integration:

$$c_n = \int_0^\pi (\sin x)^n dx$$

**Aufgabe 3:** Bestimmen Sie das Volumen  $V_n = v(K_n)$  der  $n$ -dimensionalen Einheitskugel:

$$K_n = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \|x\| \leq 1\}$$

Wenden Sie hierzu den Satz von Fubini an und verwenden Sie Aufgabe 2.

**Aufgabe 4:** Sei  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \overline{\mathbb{R}}$  lokal-integrierbar. Zeigen Sie, dass dann für alle Intervalle  $I \subseteq \mathbb{R}$  die Menge

$$f^{-1}[I] = \{x \in \mathbb{R}^n \mid f(x) \in I\}$$

messbar ist.