LMU LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN
MATHEMATISCHES INSTITUT

Prof. Dr. H.-D. Donder
Parmenides García Cornejo, Andreas Fackler

Wintersemester 2010/2011
11. November 2010

Maßtheorie und Integralrechnung mehrerer Variablen
Tutorium 4

Aufgabe 1: Berechnen Sie die Volumina folgender Mengen:

$$\begin{aligned} A &= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq y \leq 1\} \\ B &= \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x \leq y \leq z \leq 1\} \\ C &= \{x \in \mathbb{R} \mid x \text{ hat eine Dezimaldarstellung ohne die Ziffer 0.}\} \end{aligned}$$

Aufgabe 2: Berechnen Sie folgende Integrale auf der offenen Kreisscheibe $K = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid \|(x,y)\| < 1\}$

$$\int_K \frac{1}{\sqrt{1-y^2}} \mathrm{d}(x,y) \qquad \int_K \sqrt{1-y^2} \mathrm{d}(x,y)$$

Aufgabe 3: Sei $A \subseteq \mathbb{R}^n$ integrierbar. Zeigen Sie, dass es für jedes $\varepsilon > 0$ eine offene Menge $U \subseteq \mathbb{R}^n$ gibt mit $A \subseteq U$ und $v(U) < v(A) + \varepsilon$.

Aufgabe 4: Sei $A \subseteq \mathbb{R}^n$ integrierbar. Zeigen Sie, dass:

$$v(A) = \inf \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} v(Q_k) \mid (Q_k)_{k \in \mathbb{N}} \text{ ist Folge von Quadern mit } A \subseteq \bigcup_{k=0}^{\infty} Q_k \right\}$$