LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN
MATHEMATISCHES INSTITUT

Wintersemester 2010/2011

H. Donder, A. Fackler, P. Garcia

Analysis III Tutorium

Blatt 3

Aufgabe 3.1. Sei $A \subset \mathbb{R}^n$ eine offene Menge und $f\colon A \longrightarrow \overline{\mathbb{R}}$, $f \geqslant 0$ eine stetige Funktion die integrierbar ist. Wenn $\int_A f dx = 0$, dann $f = 0$.

Aufgabe 3.2. Sei $f[0,1] \subset \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ und $g\colon [0,1] \times [0,1] \subset \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ die Funktionen

$$f(x) := \begin{cases} 1 & \text{falls } x \in \mathbb{Q} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}, \quad g(x,y) := \begin{cases} 1 & \text{falls } x \in \mathbb{Q} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}.$$

Sind f und g integrierbar?.

Aufgabe 3.3. Seien $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, $a < b$, $c < d$ und $Q := [a,b] \times [c,d]$. Weiterhin, seien $f\colon [a,b] \subset \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ und $g\colon [c,d] \subset \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ stetige Funktionen. Dann

1. $\int_Q f(x) g(y) d(x,y) = [\int_a^b f(x) dx][\int_c^d g(x) dx]$.
2. $\int_Q (f(x) + g(y)) d(x,y) = (d-c) \int_a^b f(x) dx + (b-a) \int_c^d g(x) dx$

Aufgabe 3.4. Seien $R := [-1,1] \times [0,1]$ und $S = [0, \frac{\pi}{2}] \times [0, \frac{\pi}{2}]$.

1. Berechnen Sie $\int_S \cos x \cdot \sin y$.
2. Berechnen Sie $\int_R (x^2 + y^2) d(x,y)$.