



Prof. Dr. H.-D. Donder
Parmenides García Cornejo, Andreas Fackler

Wintersemester 2010/2011
28. Oktober 2010

Maßtheorie und Integralrechnung mehrerer Variablen Tutorium 2

Aufgabe 1: Sei f eine Treppenfunktion auf \mathbb{R}^n . Sind

$$\sin \circ f \quad \text{und} \quad \cos \circ f$$

ebenfalls Treppenfunktionen?

Aufgabe 2: Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \overline{\mathbb{R}}$ mit $\|f\|_1 < \infty$. Sei $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ und $g : \mathbb{R} \rightarrow \overline{\mathbb{R}}$ definiert durch $g(x) = f\left(\frac{x}{\alpha}\right)$ für alle $x \in \mathbb{R}$. Was ist $\|g\|_1$?

Aufgabe 3: Bestimmen Sie das Integral der folgenden Funktionen:

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \overline{\mathbb{R}}, \quad f(x) = \begin{cases} \infty & \text{falls } x = (0, 0) \\ 0 & \text{falls } x \neq (0, 0) \end{cases}$$
$$g : \mathbb{R} \rightarrow \overline{\mathbb{R}}, \quad f(x) = \begin{cases} 1 & \text{falls } x = \frac{1}{n+1} \text{ für ein } n \in \mathbb{N} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Aufgabe 4: Zeigen Sie, dass die folgende Funktion nicht Lebesgue-integrierbar ist:

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \overline{\mathbb{R}}, \quad f(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ falls } x < 0 \\ \frac{(-1)^n}{n+1} & , \text{ falls } x \in [n, n+1) \end{cases}$$

Existiert das uneigentliche Integral

$$\int_0^\infty f(x) dx = \lim_{a \rightarrow \infty} \int_0^a f(x) dx?$$