LUDWIG-
MAXIMILIANS-
UNIVERSITÄT
MÜNCHEN

MATHEMATISCHES INSTITUT

Prof. Dr. H.-D. Donder
Parmenides García Cornejo, Andreas Fackler

Wintersemester 2010/2011
20. Januar 2011

Maßtheorie und Integralrechnung mehrerer Variablen
Tutorium 12

Aufgabe 1: Bestimmen Sie das folgende Integral mit Hilfe von Polarkoordinaten, wobei $U = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 < x^2 + y^2 < 2\}$:

$$\int_U \ln(x^2 + y^2)\,\mathrm{d}(x, y)$$

Aufgabe 2: Bestimmen Sie eine Stammfunktion oder beweisen Sie, dass es keine gibt:
(a) $3x^2y^3z\,\mathrm{d}x + (3x^3y^2z + 1)\,\mathrm{d}y + (x^3y^3 + 1)\,\mathrm{d}z \ \in \Omega^1(\mathbb{R}^3)$
(b) $e^{xy}\,\mathrm{d}x + e^{x+y}\,\mathrm{d}y \ \in \Omega^1(\mathbb{R}^2)$

Aufgabe 3: Sei

$$\omega = xyz\,\mathrm{d}x \wedge \mathrm{d}y + x^2\,\mathrm{d}y \wedge \mathrm{d}z \quad \in \Omega^2(\mathbb{R}^3).$$

Zeigen Sie, dass es kein $\eta \in \Omega^1(\mathbb{R}^3)$ gibt mit $\omega = \mathrm{d}\eta$.

Aufgabe 4: Sei

$$\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2, \varphi(t) = (t, t^2) \quad \text{und} \quad \omega = e^{-|x|}\,\mathrm{d}y \quad \in \Omega^1(\mathbb{R}^2).$$

Bestimmen Sie $\varphi^*(\omega)$.