



Prof. Dr. H.-D. Donder  
Parmenides García Cornejo, Andreas Fackler

Wintersemester 2010/2011  
16. Dezember 2010

# Maßtheorie und Integralrechnung mehrerer Variablen

## Blatt 9: erste Probeklausur

**Aufgabe 1:** Bestimmen Sie das folgende Integral:

$$\int_{[1,2]^2} \frac{x^2 + y^2}{x^2 y^2} d(x, y)$$

**Aufgabe 2:** Bestimmen Sie das Volumen der folgenden Menge:

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \in [1, 2], y, z \geq 0, y + zx^2 \leq x\}$$

**Aufgabe 3:** Sei  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \overline{\mathbb{R}}$  lokal-integrierbar,  $f \geq 0$ , und sei

$$A = \left\{ \int_K f dx \mid K \text{ kompakt} \right\}$$

beschränkt. Zeigen Sie, dass  $f$  integrierbar ist mit  $\int f dx = \sup A$ .

**Aufgabe 4:** Beweisen Sie, dass jede beschränkte Menge in  $\mathbb{R}^n$  mit endlich vielen Häufungspunkten eine Nullmenge ist.

Abgabe bis spätestens 11:30 Uhr am 10. Januar 2011 im Übungskasten.