



Prof. Dr. H.-D. Donder
Parmenides García Cornejo, Andreas Fackler

Wintersemester 2010/2011
2. Dezember 2010

Maßtheorie und Integralrechnung mehrerer Variablen

Übungsblatt 7

Im Folgenden seien immer $X = \mathbb{R}^p$, $Y = \mathbb{R}^q$ und $f : X \rightarrow \overline{\mathbb{R}}$, $g : Y \rightarrow \overline{\mathbb{R}}$. Definiere dann $f \otimes g : X \times Y \rightarrow \overline{\mathbb{R}}$ durch

$$(f \otimes g)(x, y) = f(x) \cdot g(y) \quad \text{für } (x, y) \in X \times Y.$$

Aufgabe 1: Seien f, g Treppenfunktionen. Zeigen Sie, dass $f \otimes g$ eine Treppenfunktion ist und gilt:

$$\int f \otimes g d(x, y) = \int f dx \cdot \int g dy.$$

Aufgabe 2: Zeigen Sie, dass $\|f \otimes g\|_1 \leq \|f\|_1 \cdot \|g\|_1$.

Aufgabe 3: Seien die Folge $(f_k)_{k \in \mathbb{N}}$ L^1 -konvergent gegen f und die Folge $(g_k)_{k \in \mathbb{N}}$ L^1 -konvergent gegen g . Weiterhin seien $\|f\|_1, \|g\|_1 < \infty$. Zeigen Sie, dass die Folge $(f_k \otimes g_k)_{k \in \mathbb{N}}$ L^1 -konvergent gegen $f \otimes g$ ist.

Aufgabe 4: Seien f, g integrierbar. Zeigen Sie, dass $f \otimes g$ integrierbar ist und gilt:

$$\int f \otimes g d(x, y) = \int f dx \cdot \int g dy.$$

Abgabe bis spätestens 11:30 Uhr am 13. Dezember 2010 im Übungskasten.