



Prof. Dr. H.-D. Donder
Parmenides García Cornejo, Andreas Fackler

Wintersemester 2010/2011
16. November 2010

Maßtheorie und Integralrechnung mehrerer Variablen

Übungsblatt 4

Aufgabe 1: Sei $Q = [0, 1] \times [2, 3]$. Bestimmen Sie

$$\int_Q (4x + 5y) d(x, y).$$

Aufgabe 2: Sei $K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \|(x, y)\| \leq 2\}$. Bestimmen Sie

$$\int_K xy d(x, y).$$

Aufgabe 3: Sei $K \subseteq \mathbb{R}^n$ kompakt, und seien $f, g : K \rightarrow \mathbb{R}$ stetig mit $f \leq g$. Setze

$$A = \{(x, t) \in \mathbb{R}^{n+1} \mid x \in K, f(x) \leq t \leq g(x)\}.$$

Zeigen Sie, dass A integrierbar ist und gilt:

$$v(A) = \int_K (g - f) dx$$

Aufgabe 4: Seien $f, h : \mathbb{R}^n \rightarrow \overline{\mathbb{R}}$ integrierbar mit $f \leq h$ und

$$\int f dx = \int h dx.$$

Sei $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \overline{\mathbb{R}}$ mit $f \leq g \leq h$. Zeigen Sie, dass g integrierbar ist und

$$\int g dx = \int f dx.$$

Abgabe bis spätestens 11:30 Uhr am 22. November 2010 im Übungskasten.