



Prof. Dr. H.-D. Donder  
Parmenides García Cornejo, Andreas Fackler

Wintersemester 2010/2011  
16. November 2010

# Maßtheorie und Integralrechnung mehrerer Variablen

## Übungsblatt 4

**Aufgabe 1:** Sei  $Q = [0, 1] \times [2, 3]$ . Bestimmen Sie

$$\int_Q (4x + 5y) d(x, y).$$

**Aufgabe 2:** Sei  $K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \|(x, y)\| \leq 2\}$ . Bestimmen Sie

$$\int_K xy d(x, y).$$

**Aufgabe 3:** Sei  $K \subseteq \mathbb{R}^n$  kompakt, und seien  $f, g : K \rightarrow \mathbb{R}$  stetig mit  $f \leq g$ . Setze

$$A = \{(x, t) \in \mathbb{R}^{n+1} \mid x \in K, f(x) \leq t \leq g(x)\}.$$

Zeigen Sie, dass  $A$  integrierbar ist und gilt:

$$v(A) = \int_K (g - f) dx$$

**Aufgabe 4:** Seien  $f, h : \mathbb{R}^n \rightarrow \overline{\mathbb{R}}$  integrierbar mit  $f \leq h$  und

$$\int f dx = \int h dx.$$

Sei  $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \overline{\mathbb{R}}$  mit  $f \leq g \leq h$ . Zeigen Sie, dass  $g$  integrierbar ist und

$$\int g dx = \int f dx.$$

Abgabe bis spätestens 11:30 Uhr am 22. November 2010 im Übungskasten.