



Prof. Dr. H.-D. Donder
Parmenides García Cornejo, Andreas Fackler

Wintersemester 2010/2011
25. Oktober 2010

Maßtheorie und Integralrechnung mehrerer Variablen

Übungsblatt 1

Aufgabe 1: Seien $f, g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ Treppenfunktionen. Zeigen Sie, dass $f \cdot g$ eine Treppenfunktion ist.

Aufgabe 2: Sei ℓ^1 die Menge aller $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$, für die $\sum_{k=0}^{\infty} f(k)$ absolut konvergent ist. Für $f \in \ell^1$ setze

$$\|f\|_1 = \sum_{k=0}^{\infty} |f(k)|.$$

Zeigen Sie, dass $\|\cdot\|_1$ eine Norm auf ℓ^1 ist.

Aufgabe 3: Seien ℓ^1 und $\|\cdot\|_1$ wie in Aufgabe 2 definiert. Zeigen Sie, dass ℓ^1 mit $\|\cdot\|_1$ vollständig ist (d.h. jede Cauchyfolge bezüglich $\|\cdot\|_1$ konvergiert).

Aufgabe 4: Sei φ eine Hüllreihe auf \mathbb{R}^n . Weiterhin sei $a \in \mathbb{R}$ und setze

$$A = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \varphi(x) > a\}.$$

Zeigen Sie, dass A offen ist.

Abgabe bis spätestens 10:00 Uhr am 2. November 2010 im Übungskasten.