



Prof. Dr. H.-D. Donder
Parmenides García Cornejo, Andreas Fackler

Sommersemester 2010
1. Juni 2010

Topologie und Differentialrechnung mehrerer Variablen

Übungsblatt 8: 1. Probeklausur

Aufgabe 1: Bestimmen Sie die Taylorreihe von

$$f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x}$$

im Punkt 1.

Aufgabe 2: Sei X ein metrischer Raum und $f : X \rightarrow X$ eine stetige Funktion. Zeigen Sie, dass die Menge

$$\{x \in X \mid f(x) = x\}$$

der Fixpunkte von f in X abgeschlossen ist.

Aufgabe 3: Berechnen Sie die Länge der Graphen der folgenden Funktionen $f : I \rightarrow \mathbb{R}$, das heißt, die Länge der Kurve

$$g : I \rightarrow \mathbb{R}^2, g(t) = (f(t), t):$$

(a) $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(t) = \cosh(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2}$

(b) $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(t) = \frac{2}{3}\sqrt{(t+1)^3}$

Aufgabe 4: Sei $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^2$ stetig und $\lim_{t \rightarrow \infty} \|f(t)\| = \infty$. Zeigen Sie, dass das Bild

$$\{f(t) \mid t \in [0, \infty)\}$$

von f abgeschlossen ist.

Abgabe ab dem 14. Juni 2010 in den Tutorien.