

## Topologie und Differentialrechnung mehrerer Variablen

### Übungsblatt 2

**Aufgabe 1.** Bestimmen Sie  $\int_l^\infty \frac{1}{x(\ln(x))^2} dx$ .

**Aufgabe 2.** Sei  $f: [a, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  eine Regelfunktion. Zeigen Sie:

$\int_a^\infty f dx$  ist genau dann konvergent, wenn für alle  $\varepsilon > 0$  ein  $b \geq a$  existiert mit  $|\int_b^c f dx| < \varepsilon$ , für alle  $c$  mit  $b \leq c$ .

**Aufgabe 3.** Sei  $f: [a, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  eine Regelfunktion. Zeigen Sie: Wenn  $\int_a^\infty |f| dx$  konvergent ist, so ist auch  $\int_a^\infty f dx$  konvergent.

**Aufgabe 4.** Für  $n \in \mathbb{N}$  sei  $f_n: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$  definiert durch  $f_n(x) := \frac{1}{1+x^n}$ . Zeigen Sie, dass die Folge  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  punktweise, aber nicht gleichmäßig gegen eine Funktion  $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$  konvergiert.

Abgabe ab dem 3. May 2010 in den Tutorien.