



Prof. Dr. H.-D. Donder  
Andreas Fackler

Sommersemester 2012  
25. Juni 2012

## Modelle der Mengenlehre Übungsblatt 8

Sei  $M$  abzählbares, transitives ZF-Modell,  $\langle \mathbb{P}, \leq, 1 \rangle \in M$  Bedingungs Menge und  $\Vdash$  die zugehörige Forcing-Relation.

**Aufgabe 1:** Sei  $G \subseteq \mathbb{P}$ . Es gelte:

(G1)  $1 \in G$  und:  $p \in G \wedge p \leq q \rightarrow q \in G$ .

(G2') Falls  $p, q \in G$ , so sind  $p, q$  verträglich.

(G3) Falls  $D \in M$  dicht in  $\mathbb{P}$ , so  $D \cap G \neq \emptyset$ .

Zeigen Sie, dass  $G$   $M$ -generisch ist.

**Aufgabe 2:** Zeigen Sie:

(a)  $p \Vdash \neg \varphi$  gdw  $\forall q \leq p \ q \not\Vdash \varphi$

(b)  $p \Vdash (\varphi \wedge \psi)$  gdw:  $p \Vdash \varphi$  und  $p \Vdash \psi$

(c)  $p \Vdash \exists x \varphi$  gdw  $\forall q \leq p \ \exists r \leq q \ \exists a \ r \Vdash \varphi(a)$

**Aufgabe 3:** Zeigen Sie:

$$\forall p \ \exists q \leq p \ (q \Vdash \varphi \text{ oder } q \Vdash \neg \varphi)$$

**Aufgabe 4:** Sei  $\alpha > \omega$  eine Limesordinalzahl. Zeigen Sie, dass  $L_\alpha \models \varphi$  für jedes  $\text{ZF}^-$ -Axiom  $\varphi$  außer dem Beschränkungsaxiom.

Besprechung am 28. Juni in der Übung.